

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

SMJER: ISTRAŽIVAČKI

Tena Dubček

Diplomski rad

**SINTETIČKA LORENTZOVA SILA ZA
NEUTRALNE ATOME**

Voditelj diplomskog rada: prof. dr. sc. Hrvoje Buljan

Ocjena diplomskog rada: _____

Povjerenstvo: 1. _____

2. _____

3. _____

Datum polaganja: _____

Zagreb, 2013

Zahvala

Hvala mami i tati što su me naučili igrati se fizikom i matematikom te se fascinirati i veseliti svakom novom malom otkriću o svijetu oko mene. A i na genima. Hvala braći Goranu i Davoru što su mi se, od početka, pridružili u tome.

Hvala mojim prijateljima nefizičarima što se nisu dali prestrašiti ovakvim pogledom na svijet. Hvala profesorima i najboljim kolegama što su mi ovih pet godina intenzivnijeg službenog druženja s fizikom učinili još veselijima. Hvala

Filipu što je sa mnom dijelio svijet kroz fizičarske oči. I hvala mentoru što me prekrasno vodio kroz ovaj diplomski rad, tijekom kojega nisam morala odustati od osjećaja igre. I pokazao mi da znanstvenici i kad su "veliki" smiju, a vjerojatno bi i trebali, zadržati onu dječju fascinaciju.

Sadržaj

1	Uvod	1
2	Neutralni atom u laserskom polju	3
2.1	Hamiltonijan i vremenska evolucija	4
2.2	Proračun sile	7
3	Sintetička Lorentzova sila	9
3.1	Koncept	9
3.2	Simetrizacija sile	10
3.2.1	Autler-Townesov efekt	14
3.3	Sintetička Lorentzova sila invarijantna na rotaciju u \vec{v} prostoru . . .	16
4	Prijedlog za eksperiment	20
4.1	Magneto-optička klopka	20
4.2	Oblak hladnih neutralnih atoma i sintetička Lorentzova sila	22
5	Zaključak	25

1 Uvod

Razni kompleksni sustavi već dugo su istraživani i razvijani pomoću simulacija. Simulacije se oslanjaju na modele koji sadrže sve osnovne karakteristike ponašanja sustava. Mehanički oblici prisutni su već više stoljeća, a od pojave računala taj je oblik simulacije postao sveprisutan. Zbog mogućnosti primjene na vrlo različite vrste sustava, računalne simulacije koriste se u brojnim područjima – od znanstvenog istraživanja do razvoja računalnih igara. Ipak, unatoč velikom ulaganju u njihov razvoj i konstantnom napretku, njihova je veličina ograničena, a time su određene i granice samih simulacija.

Još osamdesetih godina prošloga stoljeća Feynman ukazuje na problem simulacije kvantne fizike klasičnim računalima [1]. Za razliku od klasičnih, za koje s povećanjem broja čestica broj stupnjeva slobode raste linearno, za kvantne sustave dolazi do eksponencijalnog rasta potrebne računalne memorije. Feynman predlaže korištenje fizikalnih sustava koje je moguće kontrolirati u svrhu simuliranja željenih kvantnih pojava. Ova ideja dovela je do razvoja kvantnih računala, u kojima se klasična tranzistorska građa zamjenjuje fizikalnim kvantnim sustavom. Do danas su predložene brojne provedbe i principi rada ovakvih kvantnih računala: supravodiči, zarobljeni ioni, kvantne točke, nuklearna magnetska rezonancija molekulskih otopina, molekularni magneti te, među ostalima, sustavi neutralnih atoma. Zbog dobre prilagodljivosti i fleksibilnosti, posljednja mogućnost jedna je od glavnih kandidata. Neutralni atomi u ovakvim hladnim plinovima mogu biti bozoni, fermioni ili njihova mješavina. Rešetka u kojoj se nalaze lako se oblikuje laserskim svjetlom, a interakcije mogu mijenjati korištenjem tzv. Feshbachovih rezonancija ili nekih drugih metoda. Time ovakvi sustavi neutralnih hladnih atoma omogućuju stvaranje ciljanih kvantnih emulatora za oponašanje raznih kompliciranih kvantnih sustava.

Ipak, glavni problem primjećuje se već na prvi pogled – zbog nedostatka naboja sustavima hladnih neutralnih atoma nedostaje ekvivalent orbitalnog magnetizma. S druge strane, jedan od najčešćih i najzanimljivijih predmeta simulacije jesu (nabijeni) elektroni.

Prvo rješenje problema nalazi se u rotaciji sustava hladnih neutralnih atoma [2]. Pritom Coriolisova sila na neutralne atome preuzima ulogu Lorentzove sile u slučaju nabijenih čestica. Za rotaciono neinvarijantne potencijale zatočenja koncept prestaje vrijediti. Novo rješenje traži se u ciljanoj interakciji neutralnih atoma i svjetla. Posljednjih godina napravljeno je nekoliko eksperimenata u kvantno degeneriranim plinovima (Bose-Einsteinovim kondenzatima), u kojima je laserskim svjetlom dobiveno prostorno zavisno vezanje atomskih nivoa [3, 4]. Ovako postignuto sintetičko magnetsko polje dovelo je do traženog potpisa magnetizma kroz stvaranje superfluidnih vrtloga [3] i pojave kvantnog Hallovoeg efekta [4].

Klasični (a ne kvantno degenerirani) hladni atomski plinovi, međutim, zasad su još izostavljani iz ovakvih pokušaja, iako obećavaju mogućnost simulacije nekih

složenijih klasičnih sustava (elektronska plazma u tokamaku...) i pojava (klasični Hallov efekt...) te konstrukciju sintetičkog magnetskog monopola.

U nastavku rada predlažem ideju za konstrukciju sintetičkog magnetskog polja pomoću laserskog zračenja za takav klasični hladni plin neutralnih atoma. U poglavlju 2 iznesena su temeljna obilježja općenitog međudjelovanja hladnih neutralnih atoma i svjetlosti. Iako je kvalitativno razumijevanje osnovnog koncepta tog međudjelovanja relativno jednostavno, za daljnju detaljniju kvantitativnu analizu i izračun sile koristila sam poluklasični pristup i formalizam matrica gustoće. Poglavlje 3 donosi ideju za oblikovanje sile međudjelovanja odabirom sustava lasera i atomskih nivoa, s ciljem dobivanja sintetičke Lorentzove sile. Također, takav koncept primjenila sam na neke od mogućih zanimljivih konfiguracija. Obilježja atomskih nivoa u svim slučajevima odgovaraju realnim stanjima atoma ^{87}Rb . Čak štoviše, u poglavlju 4 predložena je konfiguracija za realnu eksperimentalnu situaciju hladnog neutralnog plina ^{87}Rb u magneto-optičkoj zamci. Time će biti moguća direktna usporedba s eksperimentalnim rezultatima i konačna provjera same ideje.

2 Neutralni atom u laserskom polju

Još davne 1933. godine po prvi je put uočena mogućnost utjecanja na položaj i kretanje neutralnih atoma pomoću zračenja frekvencije rezonantne s atomskim prijelazima [5]. Od osamdesetih godina prošloga stoljeća, sila koja potječe od raspršenja laserske svjetlosti nastoji se iskoristiti i za hlađenje i zarobljavanje oblaka neutralnih atoma. U potrazi za što boljim rezultatima i za postizanjem što nižih temperatura isprobavane su mnogobrojne konfiguracije lasera i različitih vrsta neutralnih atoma. Kako bi se dobila što bolja kontrola sustava, u njih su dodavani i novi parametri (primjerice vanjsko magnetsko polje).

Osnovna ideja i podrijetlo mogućnosti hlađenja atoma laserskom svjetlošću odgovarajuće valne duljine relativno je jednostavna i razumljiva bez detaljnog poznavanja stanja atoma [6]. Prilikom svake apsorpcije fotona laserskog zračenja (valne duljine λ) dolazi do usmjerene promjene impulsa atoma $\Delta p = h/\lambda$. S druge strane, prilikom emisije fotona tijekom spontane relaksacije atoma ne postoji više preferirani smjer, pa ova promjena stanja atoma ne dovodi do rezultantne sile povezane sa smjerom lasera:

$$\langle \mathbf{F}_{relax} \rangle = 0. \quad (2.1)$$

Apsorpcija fotona predstavlja tipičan rezonantni proces. Do rezonancije, odnosno maksimalne vjerojatnosti apsorpcije, dolazi kada frekvencija fotona odgovara upravo razlici energija dva atomska stanja. Osim o samim karakteristikama lasera, frekvencija fotona u sustavu atoma ovisna je i o atomskoj brzini zbog koje dolazi do Dopplerovog pomaka [6]. Za atome koji se gibaju od lasera frekvencija se smanjuje, a za one u smjeru lasera povećava. Tako je, uz odabir lasera frekvencije nešto niže od razlike atomskih energija, najveća vjerojatnost apsorpcije za one atome koji se gibaju prema laseru. Oni će, nakon apsorpcije fotona, dobiti impuls u suprotnome smjeru – usporiti. Pokrivanjem svih smjerova atomske brzine i usrednjavanjem velikog broja apsorpcija i emisija za male brzine, javlja se sila gušenja. Smjer joj je suprotan atomskoj brzini:

$$\mathbf{F} = -\alpha \mathbf{v}. \quad (2.2)$$

Sila gušenja uzrokuje smanjivanje kinetičke energije te tzv. Dopplerovo hlađenje, koje je ograničeno zagrijavanjem od statističkih fluktuacija. Utjecaj statističkih fluktuacija povezan je s brojem spontanih emisija u jedinici vremena, odnosno sa širinom pobuđenog stanja Γ_e te tako daje graničnu temperaturu Dopplerovog hlađenja T_D

$$k_B T_D = \frac{\hbar \Gamma_e}{2}. \quad (2.3)$$

Za detaljniji kvantitativni opis ovakvih sustava potrebno je uključiti i neke dodatne elemente i procese (primjerice stimuliranu emisiju, pored one spontane). Kako

je za opis ponašanja plina u laserskom polju potrebno poznavati klasičnu silu proizašlu iz interakcije, problemu je najzgodnije pristupiti u poluklasičnom režimu. U takvome režimu atomski prijelazi promatrani su s kvantnoga stajališta, no elektromagnetsko zračenje lasera gledano je klasično. U nastavku poglavlja objašnjeni su njegovi temeljni koncepti i postupci koje sam koristila u daljnjim računima.

2.1 Hamiltonijan i vremenska evolucija

Kako sustav hladnih atoma u ovome slučaju zbog međudjelovanja sa zračenjem predstavlja otvoreni sustav, koji se ne nalazi u vlastitom stanju tijekom vremenske evolucije, za opis njegove vremenske evolucije potrebno je koristiti formalizam matrice gustoće. Radi se o kvadratnoj matrici ($\hat{\rho}$) čija dimenzija odgovara broju stanja promatranog kvantnomehaničkog sustava. Njeni dijagonalni članovi ρ_{nn} predstavljaju upravo populacije u kvantnim stanjima $|n\rangle$, dok je u nedijagonalnim članovima ρ_{nm} sadržana kvantna koherencija između stanja $|n\rangle$ i $|m\rangle$. Općenito je vremenska evolucija svih članova matrice gustoće sustava poznatog hamiltonijana zadana jednadžbom [6]

$$i\hbar \frac{d\hat{\rho}}{dt} = [\hat{H}, \hat{\rho}]. \quad (2.4)$$

Za opis sustava koristila sam hamiltonijan koji sadrži isključivo interakciju atoma s elektromagnetskim poljem lasera, dok su ostale interakcije uključene dodavanjem fenomenoloških članova gušenja. Uobičajeno je pretpostaviti da se nedijagonalni članovi matrice gustoće guše konstantom γ_{nm} , a gušenje dijagonalnih članova opisuje se kroz relaksaciju populacije iz viših u niže energetske nivoe (konstanta Γ_{nm}). Uz te pretpostavke jednadžba vremenske evolucije (nedijagonalnih i dijagonalnih) članova matrice gustoće prelazi u

$$\frac{d\rho_{nm}}{dt} = \frac{-i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}]_{nm} - \gamma_{nm}\rho_{nm}, \quad n \neq m, \quad (2.5)$$

$$\frac{d\rho_{nn}}{dt} = \frac{-i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}]_{nn} + \sum_{E_m > E_n} \Gamma_{nm}\rho_{nm} - \sum_{E_m < E_n} \Gamma_{mn}\rho_{nn}. \quad (2.6)$$

Konstante gušenja nedijagonalnih članova matrice gustoće nisu neovisne i mogu se dobiti iz konstanti dijagonalnih članova te vrijedi relacija [7]

$$\gamma_{nm} = \frac{1}{2}(\Gamma_n + \Gamma_m), \quad (2.7)$$

Γ_n i Γ_m označuju ukupne relaksacije nivoa $|n\rangle$ i $|m\rangle$:

$$\Gamma_n = \sum_{n'(E_{n'} < E_n)} \Gamma_{n'n}. \quad (2.8)$$

Za određivanje svih članova hamiltonijana interakcije atoma s laserskim poljem, koristila sam uobičajen pristup

$$\hat{H}(t) = \frac{(\mathbf{p} - q_e \mathbf{A})^2}{2m} + V, \quad (2.9)$$

gdje je q_e naboj elektrona, \mathbf{A} vektorski potencijal elektromagnetskog polja, a s V je označen Coulombski potencijal u sustavu elektrona impulsa \mathbf{p} . Član kvadratan u vektorskom potencijalu predstavlja energiju samog elektromagnetskog polja (nevidljiv je u traženim svojstvenim atomskim stanjima). Njegovim izostavljanjem i odabirom Coulombovog baždarenja ($\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$) slijedi izraz za hamiltonijan interakcije

$$H' = -\frac{q_e}{m} \mathbf{A} \cdot \mathbf{p}. \quad (2.10)$$

Za daljnje riješavanje primjenjuju se dvije aproksimacije. Zbog činjenice da je tipična laserska valna duljina reda veličine nekoliko stotina nanometara, dok su valne funkcije atoma gotovo u potpunosti sadržane u sferama radiusa manjeg od nanometra, u obzir dolazi tzv. aproksimacija električnog dipola. U toj aproksimaciji izraz 2.10 prelazi u klasično očekivani izraz za interakciju električnog dipola i vanjskoga polja

$$H' = -q_e \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{r}, \quad (2.11)$$

gdje je $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ električno polje lasera i \mathbf{r} položaj elektrona u odnosu na jezgru. Za atome s dva nivoa (g , e) električni dipolni moment atoma paralelan je s polarizacijom električnog polja lasera. Uobičajeno je definirati Rabijevu frekvenciju $\Omega = \mu E_0 / \hbar$ koja opisuje upravo jakost vezanja atoma na polje, pri čemu je dipolni moment definiran kao $\mu = -q_e \langle e|r|g \rangle$. U slučaju većeg broja uključenih atomskih nivoa, Rabijeve frekvencije različitih prijelaza međusobno su različite. Za svaka dva laserom povezana nivoa $|m\rangle$ i $|n\rangle$ definirane su kao

$$\Omega_{nm} = \frac{\mu_{nm} E_{nm}^0}{\hbar}, \quad (2.12)$$

gdje je $\mu_{nm} = -q_e \langle m|r|n \rangle$ dipolni moment koji opisuje vezanje polja amplitude E_{nm}^0 na odgovarajući atomski prijelaz. Korištenjem ove definicije članovi hamiltonijana 2.11 mogu se zapisati kao

$$H'_{nm} = \Omega_{nm} \cdot \cos(\omega_{nm} t) = \frac{\Omega_{nm}}{2} (e^{i\omega_{nm} t} + e^{-i\omega_{nm} t}), \quad (2.13)$$

gdje je ω_{nm} frekvencija lasera koji inducira prijelaze među stanjima $|n\rangle$ i $|m\rangle$, gledana u sustavu atoma. Drugi pribrojnik dati će u kombinaciji s elementima matrice gustoće oscilacije velikih frekvencija. Primjenom aproksimacije rotirajućeg vala (RWA, *en. rotating wave approximation*) ti se brzooscilirajući članovi zanemaruju. Slijedi konačni izraz koji sam u nastavku rada koristila za opis interakcije atoma i polja:

$$H'_{nm} \approx \frac{\Omega_{nm}}{2} e^{i\omega_{nm} t}. \quad (2.14)$$

Frekvencije ω_{nm} ovisne su o međusobnom odnosu sustava lasera i atoma te upravo kroz njih u rješenje ulazi ovisnost o atomskoj brzini. U jednadžbi 2.14 frekvencije ω_{nm} su takve da vrijedi $\omega_{mn} = -\omega_{nm}$, što je jasno jer je hamiltonijan hermitski operator. Zbog gibanja atoma (brzina \mathbf{v}) dolazi do Dopplerovog pomaka frekvencije elektromagnetskog polja

$$\omega_{nm} = \omega_{nm}^0 - \mathbf{k}_{nm} \cdot \mathbf{v}, \quad (2.15)$$

gdje je ω_{nm}^0 osnovna karakteristična frekvencija lasera, a $\mathbf{k}_{nm} = \hat{k}\omega_{nm}^0/c$ njegov valni vektor. Vrijednost poopćenog dipolnog momenta μ_{nm} ovisna je o konkretnoj vrsti atoma i danome prijelazu. Intenzitet laserskog zračenja odgovarajućeg prijelaza određuje E_{nm}^0 . Ovakav hamiltonijan H' ulazi u jednadžbe oblika 2.5 i 2.6, koje time i same postaju vremenski ovisne.

Eksplicitnu vremensku ovisnost jednadžbi, međutim, izbacila sam prelaskom u rotirajući sustav

$$\sigma_{nm} = \rho_{nm} e^{-i\omega'_{nm} t}, \quad (2.16)$$

što je moguće u slučaju traženja stacionarnog rješenja sustava. Način na koji sam odabrala frekvencije rotacije ω'_{nm} objašnjen je u nastavku. Važno je naglasiti da pretpostavka o stacionarnom stanju za koje vrijedi $\frac{d\rho}{dt} = 0$ nije moguća za svaki proizvoljno odabrani sustav lasera. Naime, ukoliko za bilo koja dva nivoa postoji više kombinacija lasera (najmanje dvije) koje sustav dovode iz jednoga u drugo stanje, stacionarno rješenje neće biti moguće postići. U sustavima lasera i atoma koje sam koristila u nastavku rada, međutim, pretpostavka o isključivo jednom načinu pobuđivanja atoma za svaki par atomskih stanja bila je ispunjena. Dobivanje stacionarnoga rješenja uvijek je bilo moguće. Tako sam, uz sljedeći odabir frekvencija rotacionog sustava ω'_{nm} , dobila vremenski neovisan sustav jednadžbi za elemente matrice σ_{nm} .

Dijagonalni članovi ρ_{nn} ostaju u istome sustavu

$$\omega'_{nn} = 0. \quad (2.17)$$

Za nedijagonalne elemente ρ_{nm} čija su stanja $|n\rangle$ i $|m\rangle$ povezana samo jednim laserom ω_{nm} , frekvencija rotacije odgovara frekvenciji lasera,

$$\omega'_{nm} = \omega_{nm}. \quad (2.18)$$

Frekvencija rotacije nedijagonalnih elemenata ρ_{nm} čija stanja $|n\rangle$ i $|m\rangle$ nisu direktno povezana laserom ($\omega_{nm} = 0$) dobiva se na sljedeći način: ukoliko su stanja $|n\rangle$ i $|m\rangle$ povezana dvofotonskim prijelazom preko međustanja $|k\rangle$, $|n\rangle \longrightarrow |k\rangle \longrightarrow |m\rangle$, tada je

$$\omega'_{nm} = \omega_{nk} + \omega_{km}. \quad (2.19)$$

U posljednjem izrazu pretpostavila sam da se energije odnose kao $E_n < E_k < E_m$. Općenito, za M -fotonski prijelaz,

$$|n\rangle \longrightarrow |k_1\rangle \longrightarrow |k_2\rangle \longrightarrow \dots \longrightarrow |k_{M-1}\rangle \longrightarrow |m\rangle,$$

frekvencija rotirajućeg sustava odgovara

$$\omega'_{nm} = \sum_{i=0}^M f(E_{k_{i+1}} - E_{k_i}) \omega_{k_i k_{i+1}}, \quad (2.20)$$

gdje je $k_0 = n$, $k_M = m$ te $f(x) = 1(-1)$ za $x > 0$ ($x < 0$). Mogućnost postizanja stacionarnog rješenja osigurala sam pretpostavkom da postoji samo jedan mogući način pobuđivanja iz stanja $|n\rangle$ u stanje $|m\rangle$.

Nakon prelaska u tako definirani rotacioni sustav i kraćeg sređivanja slijedi sustav vremenski neovisnih jedndžbi za dijagonalne

$$0 = \frac{1}{2}[\hat{\Omega}, \hat{\sigma}]_{nn} + \sum_{E_m > E_n} i\Gamma_{nm}\rho_{nm} - \sum_{E_m < E_n} i\Gamma_{mn}\rho_{nn} \quad (2.21)$$

i nedijagonalne članove matrice gustoće u stacionarnom stanju

$$0 = \frac{1}{2}[\hat{\Omega}, \hat{\sigma}]_{nm} + (\omega'_{nm} - (E_m - E_n))\sigma_{nm} - i\gamma_{nm}\sigma_{nm}. \quad (2.22)$$

Prelazak u rotirajući sustav i dobivene pripadne jednadžbe riješavala sam pomoću programskog paketa Matlab.

2.2 Proračun sile

Kao jedan od rezultata međudjelovanja atoma i lasera može doći do pritiska zračenja na atome, koji određuje ponašanje atomskog plina. Sila \mathbf{F} je definirana kao očekivana vrijednost kvantnomehantičkog operatora sile [6]

$$\mathbf{F} = \langle \hat{\mathbf{F}} \rangle = \frac{d}{dt} \langle \hat{\mathbf{p}} \rangle. \quad (2.23)$$

Vremenska evolucija očekivanja kvantnomehantičkog operatora p opet je, preko Ehrenfestovog teorema [8], dana poznavanjem hamiltonijana sustava

$$i\hbar \frac{d}{dt} \langle \hat{\mathbf{p}} \rangle = \langle [\hat{\mathbf{p}}, \hat{H}] \rangle. \quad (2.24)$$

Uz pretpostavku lasera u \hat{z} smjeru ($\hat{\mathbf{p}} = -i\hbar(\partial/\partial z)$) dolazi se do izraza za silu

$$F = -\left\langle \frac{\partial \hat{H}}{\partial z} \right\rangle, \quad (2.25)$$

potpuno analognog rezultatu koji bi proizlazio iz klasičnog pristupa. Relevantan dio hamiltonijana za silu na atome dan je izrazom 2.11 te njegovim uvrštavanjem slijedi

$$F = -q_e \left\langle \frac{\partial}{\partial z} (\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{r}) \right\rangle. \quad (2.26)$$

Kako je varijacija elektromagnetskog polja u glavnom području valne funkcije u ovom slučaju zanemariva, primjenila sam tzv. aproksimaciju električnog dipola. U tom slučaju moguće je zamjeniti prostorni gradijent i očekivanu vrijednost. Korištenjem definicije Rabijeve frekvencije Ω (izraz 2.12) i očekivane vrijednosti kvantnomehaničkog operatora $\langle \hat{A} \rangle = \text{Tr}(\hat{\rho}\hat{A})$ izraz prelazi u

$$F = \hbar \frac{\partial}{\partial z} (\text{Tr}(\hat{\rho}\hat{\Omega})). \quad (2.27)$$

Prostornu derivaciju Rabijeve frekvencije uobičajeno je podijeliti na realni i imaginarni dio [6]

$$\frac{\partial \Omega}{\partial z} = (q^r + iq^i)\Omega, \quad (2.28)$$

gdje su q^r i q^i logaritamske derivacije

$$\begin{aligned} q^r &= \Re\left[\frac{\partial}{\partial z} \ln(\Omega)\right], \\ q^i &= \Im\left[\frac{\partial}{\partial z} \ln(\Omega)\right]. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Za putujući elektromagnetski val prostorno neovisne amplitude realni dio derivacije iščezava $q^r = 0$, a imaginarni odgovara valnom vektoru $q^i = k$. Tako se za slučaj atoma s N nivoa uključenih u interakciju s laserskim zračenjem tih karakteristika izraz za silu 2.27 može raspisati

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{m=n+1}^N (\hbar \mathbf{q}_{nm}^r \cdot \Re[\rho_{nm}^* \Omega_{nm}] - \hbar \mathbf{q}_{nm}^i \cdot \Im[\rho_{nm} \Omega_{nm}^*]) \\ &= \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{m=n+1}^N (-\hbar \mathbf{k}_{nm} \Omega_{nm} \Im(\rho_{nm})). \end{aligned} \quad (2.30)$$

Posljednji izraz koristila sam u nastavku rada u proračunima sila za razmatrane sustave lasera i atoma.

3 Sintetička Lorentzova sila

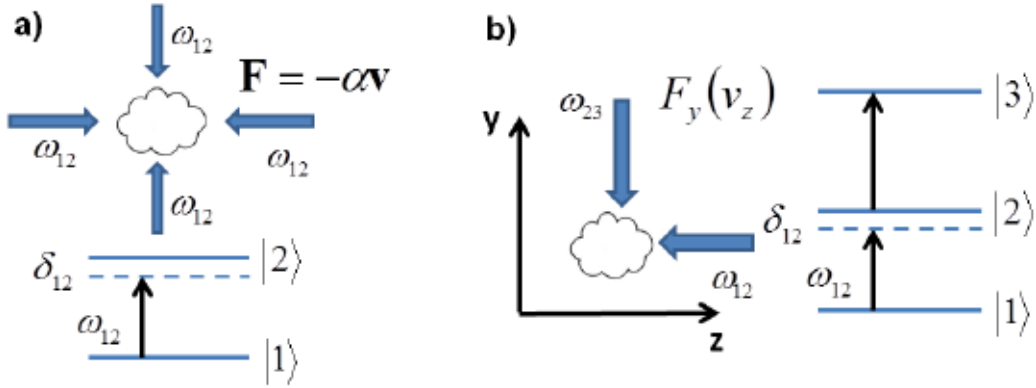
Jedna od zanimljivih karakteristika ponašanja neutralnih atoma u laserskom polju, opisanog u poglavlju 2, jest ovisnost sile o brzini atoma. Od samoga početka proučavanja sustava ovoga tipa ovakva ovisnost sile korištena je za hlađenje i zarobljavanje atoma. U ovome poglavlju objasniti ću novu ideju za njeno korištenje u konstrukciji sintetičkog magnetizma te kako primjerenim odabirom smjerova i frekvencija lasera postizemo sintetička magnetska polja.

U dosadašnjim eksperimentima i teorijskim radovima na području sintetičkog magnetizma [3, 4] proučavani su kvantno degenerirani plinovi (Bose-Einsteinovi kondenzati). Uz nametanje prostorno zavisnog vezanja unutarnjih stanja atoma, primjećeno je stvaranje superfluidnih vrtloga i pojava kvantnog Hallovo efekta [3, 4].

U klasičnim plinovima princip sintetičkog magnetizma i popratnih pojava može biti drugačiji, kao što ću pokazati. Oblik sintetičkog magnetizma također je moguće dobiti postavljanjem atoma u primjerene sustave laserskog elektromagnetskog zračenja. U nastavku poglavlja izneseni su rezultati toga tipa koje sam dobila poluklasičnim izračunima iz poglavlja 2 za nekoliko zanimljivih slučajeva. Prvi odjeljak donosi osnovnu ideju dobivanja sile koja ovisi o brzini i okomita je na nju. U drugome sam korištenjem većeg broja atomskih nivoa i dodatnog para lasera postigla simetričan slučaj. Po uzoru na realni magnetizam, na atome iščezavajuće brzine ne postoji sila. Uključivanjem novih nivoa i lasera, može se postići i rotacija polja sintetičke Lorentzove sile, što pokazuje posljednji primjer. U svim izračunima koristila sam neke od stvarnih prijelaza atoma ^{87}Rb . Vrijednosti dipolnih momenata μ_{nm} prikazane su u tablici 1, a vremena života korištenih stanja iznose $\tau(5P_{3/2}) = 26.2438ns \equiv \tau_2$ i $\tau(5D_{5/2}) = 240ns \equiv \tau_3$.

3.1 Koncept

Pri konstrukciji sintetičkog magnetskog polja za klasičan plin neutralnih atoma potrebno je dobiti silu, ovisnu o brzini atoma \mathbf{v} , s neiščezavajućom komponentom okomitom na brzinu. Na slici 1b prikazana je osnovna ideja koju sam koristila za postizanje takve sile. Tri atomska nivoa sudjeluju u interakciji s dva međusobno okomita lasera. Prva dva nivoa povezana su laserom (smjer $-\hat{\mathbf{z}}$) frekvencije ω_{12} nešto niže od rezonantne, dok je prijelaz s drugog na treći induciran laserom (smjer $-\hat{\mathbf{y}}$) frekvencije ω_{23} . Zbog Dopplerovog pomaka frekvencije vjerojatnost apsorpcije fotona ω_{12} povećana je ukoliko je $\hat{\mathbf{z}}$ komponenta atomske brzine usmjerena prema odgovarajućem laseru ($v_z > 0$). Do drugoga prijelaza (ω_{23}), međutim, doći će jedino ako je vjerojatnost prve apsorpcije relativno velika. Time dolazi do ovisnosti vjerojatnosti dvofotonskog prijelaza $|1\rangle \rightarrow |2\rangle \rightarrow |3\rangle$ o \mathbf{v}_z . O $\hat{\mathbf{z}}$ komponenti atomske brzine ovisna je, dakle, i rezultantna sila na atome, nastala apsorpcijom oba fotona toga prijelaza ($-\hat{\mathbf{z}}$ i $-\hat{\mathbf{y}}$ smjer). Iako je $\hat{\mathbf{z}}$ komponenta te sile kolinearna s $v_z\hat{\mathbf{z}}$ i odgovara standardnoj Dopplerovoj sili, apsorpcija drugoga fotona ω_{23} uzrokuje silu



Slika 1: Prikaz ideje za dobivanje sintetičke Lorentzove sile kroz Dopplerov efekt. a) Dopplerova sila gušenja na primjeru atoma s dva nivoa. b) Konstrukcija sustava čiji dvofotonski prijelazi rezultiraju sintetičkom Lorentzovom silom.

	$5P_{3/2}, F = 1$	$5P_{3/2}, F = 2$	$5P_{3/2}, F = 3$
$5S_{1/2}, F = 2$	$\sqrt{1/12}\mu_{780}$	$\sqrt{5/12}\mu_{780}$	$\sqrt{7/6}\mu_{780}$

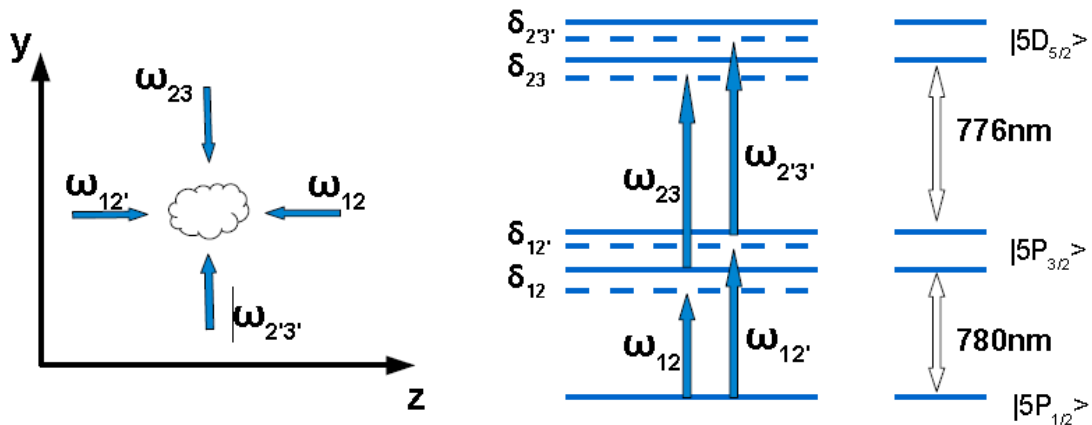
	$5D_{5/2}, F = 1$	$5D_{5/2}, F = 2$	$5D_{5/2}, F = 3$
$5P_{3/2}, F = 1$	$\sqrt{3/10}\mu_{776}$	$\sqrt{7/10}\mu_{776}$	—
$5P_{3/2}, F = 2$	$\sqrt{1/30}\mu_{776}$	$\sqrt{7/18}\mu_{776}$	$\sqrt{56/45}\mu_{776}$
$5P_{3/2}, F = 3$	—	$\sqrt{1/45}\mu_{776}$	$\sqrt{14/45}\mu_{776}$

Tablica 1: Dipolni matični elementi prijelaza atoma ^{87}Rb koje sam koristila u računima. $\mu_{780} = 3.58253 \cdot 10^{-29}\text{Cm}$, $\mu_{776} = 0.424 \cdot 10^{-29}\text{Cm}$.

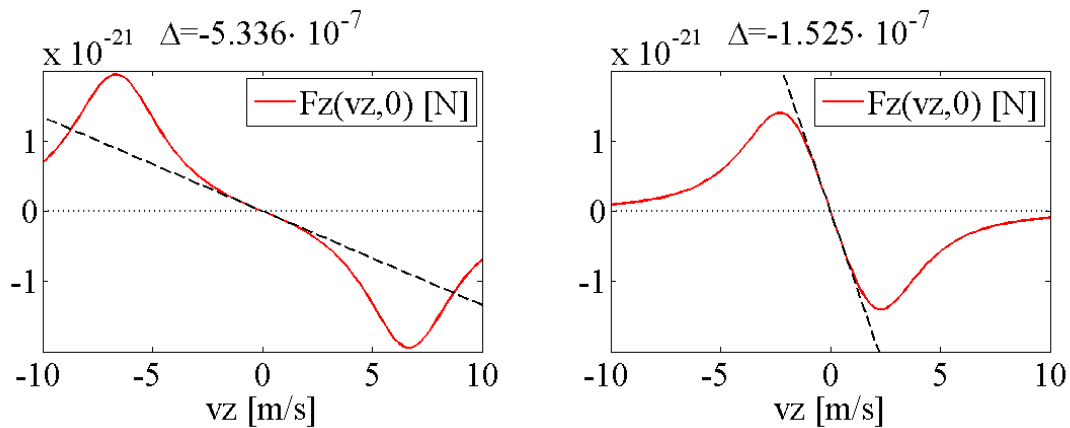
ovisnu o brzini $v_z\hat{\mathbf{z}}$ i okomitu na nju.

3.2 Simetrizacija sile

Sustav koji sam objasnila u odjeljku 3.1 prikazuje glavnu ideju koja vodi ka konstrukciji sintetičkog magnetskog polja, odnosno dobivanju sile ovisne o brzini s konačnom komponentom okomitom na nju. Ovakav jednostavan slučaj, međutim, nije simetričan, zbog čega za čestice brzine nula postoji neželjena komponenta sile. S ciljem simetrizacije, koristila sam dva dodatna atomska nivoa (stanja $|2'\rangle$ i $|3'\rangle$ na slici 2) i uvela dodatani par međusobno okomitih lasera. Kao što sam već prethodno napomenula, u izračunima sam karakteristike atomskih nivoa preuzela iz stvarnih stanja neutralnog atoma ^{87}Rb . Za osnovni nivo $|1\rangle$ odabrala sam atomsko stanje $5S_{1/2}$. Nivoi prvog prijelaza $|2\rangle$ i $|2'\rangle$ odgovarali su hiperfinim stanjima $5P_{3/2}$, a nivoi $|3\rangle$ i $|3'\rangle$ stanjima $5D_{5/2}$.

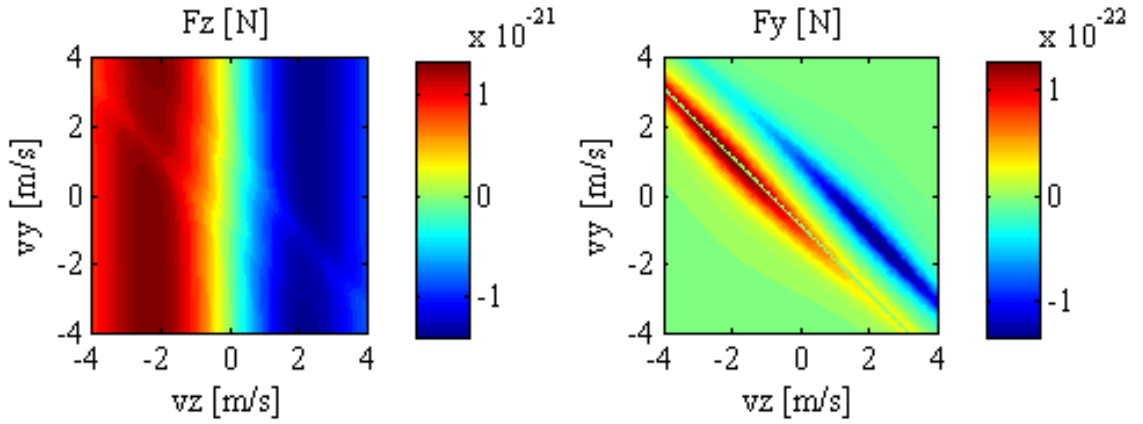


Slika 2: Prikaz simetrične konfiguracije lasera i atomskih nivoa za postizanje sintetičke Lorentzove sile.

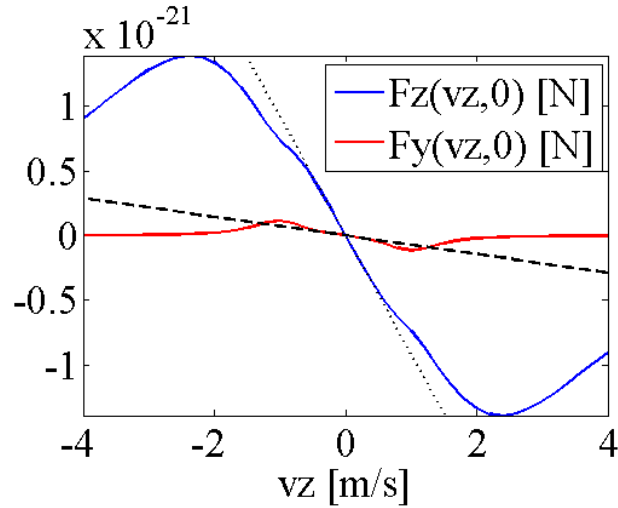


Slika 3: Usporedba standardnih Dopplerovih sila $F_z(v_z)$ dva kolinearna lasera suprotnog smjera različitih pomaka frekvencije od rezonancije na plin dvorazinskih atoma ($|1\rangle$, $|2\rangle$). a) $\Delta = -1.4\Gamma_2$, $\Omega = 1.019 \cdot 10^7 \text{s}^{-1}$, b) $\Delta = -0.4\Gamma_2$, $\Omega = 1.019 \cdot 10^7 \text{s}^{-1}$. Odabirom manjih Δ maksimum sile pomiče se prema apsolutno nižim brzinama, snižava se zbog djelomičnog poništavanja i promjena sile u ovisnosti o brzinama postaje strmija ($\alpha = -1.339 \cdot 10^{-22} \text{Nm}^{-1}\text{s}$ i $\alpha = -9.081 \cdot 10^{-22} \text{Nm}^{-1}\text{s}$).

Osim tražene ovisnosti o atomskim brzinama, ukupna sila ovisna je o intenzitetima lasera i njihovom pomaku frekvencija od energije prijelaza. Ove veličine u izračune ulaze kroz amplitude električnog polja E_{nm} u Rabijevim frekvencijama Ω_{nm} i relativne pomake frekvencija lasera od rezonancije Δ_{nm} , koji određuju frekvencije rotirajućeg sustava 2.16. Karakteristike hiperfinskih nivoa istoga stanja razlikuju se. Prijelazima u različita hiperfina stanja odgovaraju različiti dipolni matični elementi vezanja zračenja na atom. Intenzitet suprotno usmjerenih lasera morala sam izabrati tako da su, u kombinaciji sa ovim vrijednostima, Rabijeve frekvencije



Slika 4: Ovisnost \hat{z} i \hat{y} komponente sile o atomskim brzinama v_z i v_y u sustavu 2. $\Delta_{12} = \Delta_{12'} = -0.4\Gamma_2 = -1.525 \cdot 10^7 s^{-1}$, $\Delta_{23} = \Delta_{2'3'} = +2.0\Gamma_3 = +0.833 \cdot 10^7 s^{-1}$, $\Omega_{12} = \Omega_{12'} = 1.019 \cdot 10^7 s^{-1}$, $\Omega_{23} = \Omega_{2'3'} = 0.482 \cdot 10^7 s^{-1}$. Dodatan pravac na F_y opisan je s $k_{12}v_z + k_{23}v_y + \Delta_{12} + \Delta_{23} = 0$ i odgovara brzini atoma koja točno poništava odmake od rezonancije u originalnoj frekvenciji lasera. U prvoj aproksimaciji ovaj se pravac podudara s maksimumima sile, a malo odstupanje rezultat je Autler-Townesovog efekta na dvofotonske prijelaze.



Slika 5: Ovisnost \hat{z} i \hat{y} komponente sile o v_z za $v_y = 0$. Sile dobivene iz proračuna prikazane su punim linijama, dok isprekidana linija predstavlja njihov nagib oko ishodišta u prostoru brzine. $\Delta_{12} = \Delta_{12'} = -0.4\Gamma_2 = -1.525 \cdot 10^7 s^{-1}$, $\Delta_{23} = \Delta_{2'3'} = +2.0\Gamma_3 = +0.833 \cdot 10^7 s^{-1}$, $\Omega_{12} = \Omega_{12'} = 1.019 \cdot 10^7 s^{-1}$, $\Omega_{23} = \Omega_{2'3'} = 0.482 \cdot 10^7 s^{-1}$. Linearna ovisnost $F_y(v_z)$ ograničena je na područje malih brzina $|v_z| \leq 0.5 m/s$, što se i uklapa u okvire eksperimentalno dostupnih brzina atoma u hladnom oblaku.

ujednačene:

$$\frac{\mu_{12}E_{12}^0}{\hbar} = \Omega_{12} = \Omega_{12'} = \frac{\mu_{12'}E_{12'}^0}{\hbar} \quad (3.1)$$

$$\frac{\mu_{23}E_{23}^0}{\hbar} = \Omega_{23} = \Omega_{2'3'} = \frac{\mu_{2'3'}E_{2'3'}^0}{\hbar}. \quad (3.2)$$

Cilj mi je bio postizanje što jačega homogenog sintetičkog magnetskog polja na što većem području u prostoru brzina. Maksimalni tok tražila sam variranjem ovih parametara u eksperimentalno dostupnom području.

Za eksperimentalnu provjeru ove ideje odabir parametara Ω i Δ nije proizvoljan. Naime, pored dosad spominjanih lasera od kojih potječe sintetička Lorentzova sila, eksperimentalni sustav uključuje i nekoliko lasera magneto-optičke klopke za hlađenje neutralnog plina. Potreba za takvim hlađenjem ograničava intenzitete ostalih lasera jer njihovo pojačavanje uzrokuje zagrijavanje sustava. Drugo eksperimentalno ograničenje potječe od samog načina generiranja laserskih zraka i nedovoljne stabilnosti njihove valne duljine, zbog čega je teško dobiti stabilne izrazito male pomake frekvencija. Kako je konačni cilj našega rada bilo određivanje idealne kombinacije parametara za eksperimentalnu provjeru, u svim izračunima držala sam se u okvirima ovih ograničenja.

Za jednostavan sustav atoma (koji miruju) i jednog lasera najjači se odziv postiže u rezonanciji, kada frekvencija elektromagnetskog zračenja odgovara upravo frekvenciji atomskog prijelaza. Međutim, za atome koji se gibaju, poput atoma u plinu ⁸⁷Rb koji sam ja koristila, dolazi do već spominjanog Dopplerovog pomaka frekvencije. Time se rezonantna frekvencija lasera pomiče u odnosu na frekvenciju samog atomskog prijelaza. S druge strane, odabir određenog pomaka frekvencije lasera određuje atomske brzine pri kojima će doći do maksimalne apsorpcije zračenja te, konačno, i maksimalne sile. Vjerojatnost apsorpcije proporcionalna je intenzitetu toga zračenja, zbog čega generalnim povećavanjem intenziteta sila zračenja raste za sve brzine (rezonantni Lorentzijan je viši i širi).

U sustavima s većim brojem lasera ova jednostavna slika malo se komplicira i dolazi do zanimljivih promjena odabirom parametara. U konfiguraciji prikazanoj na slici 2, laser frekvencije ω_{23} , koji donosi komponentu sile okomitu na brzinu, u atomskom plinu djeluje na atome s velikom vjerojatnošću pobude laserom ω_{12} . Sila u \hat{y} smjeru povezana je, dakle, s populacijom u stanju $|2\rangle$. Kako ova populacija određuje i \hat{z} komponentu sile, okomita komponenta sila F_y posredno je ovisna o F_z i v_z .

Laser ω_{12} , koji sam uvela radi simetrizacije sile, kolinearan je s odgovarajućim iz prvoga para. Za relativno velike pomake frekvencija i umjerene intenzitete lasera, oni djeluju na potpuno različite raspone brzina (rezonantni Lorentzijani su udaljeni). Do zanimljivih efekata dolazi kada su pomaci frekvencija od rezonancije manji. Tada laser čiji se maksimum sile nalazi u pozitivnom dijelu brzina pobuđuje, iako s manjom vjerojatnošću i neke od atoma malih negativnih brzina. Analogno vrijedi i za njemu suprotno usmjeren kolinearan laser, čiji vrh rezonantne krivulje odgovara

negativnim brzinama. Atome malih brzina, dakle, pobuđuju dva lasera suprotnih smjerova te se sile suprotnog smjera poništavaju.

Na slici 3 je prikazana ovisnost $F_z(v_z)$ koju sam dobila za različite vrijednosti pomaka frekvencije. Prvi slučaj odgovara relativno velikim Δ , zbog čega su Lorentzijani odvojeni. U drugome su Δ male te s brzine atoma koje laseri pobuđuju male, a Lorentzijani se preklapaju.

Smanjivanje sile za male brzine otvorilo mi je mogućnost dobivanja linearne ovisnosti sile o brzini. Za \hat{z} komponentu sile ovakva ovisnost nije sama po sebi preterano interesantna. Međutim, za \hat{y} komponentu sile osnovni mi je cilj bio dobiti upravo takvu linearnu ovisnost o v_z .

U promatranoj konfiguraciji (slika 2), sila F_y povezana je s dvofotonskim prijelazima $|1\rangle \rightarrow |2\rangle \rightarrow |3\rangle$ i $|1\rangle \rightarrow |2'\rangle \rightarrow |3'\rangle$. U izračunima i odabiru najboljih slobodnih parametara relevantne su mi stoga bile kombinacije frekvencija lasera $\omega_{12} = \omega_{12'}$ i $\omega_{23} = \omega_{2'3'}$. U prvoj aproksimaciji radi se, zapravo, o ukupnom pomaku frekvencije dvofotonskoga prijelaza u odnosu na rezonanciju $\Delta = \Delta_{12} + \Delta_{23}$. Tako je pri traženju što većeg nagiba $F_y(v_z)$ povoljno odabrati suprotne predznake pomaka frekvencija ω_{12} i ω_{23} , čime se maksimum sile pomiče u područje niskih v_z .

Slika 4 prikazuje \hat{z} i \hat{y} komponente sile za kombinaciju Δ i Ω koje sam odabrala kao uspješnu. F_z očekivano ne ovisi o v_y , dok je kod F_y prisutna ovisnost o obje komponente brzine. Pored izračunate ovisnosti $F_y(v_z, v_y)$, na desnome grafu je ucrtan in pravac na kojemu ne postoji rezultantni pomak frekvencije dvofotonskog prijelaza od atomske rezonancije:

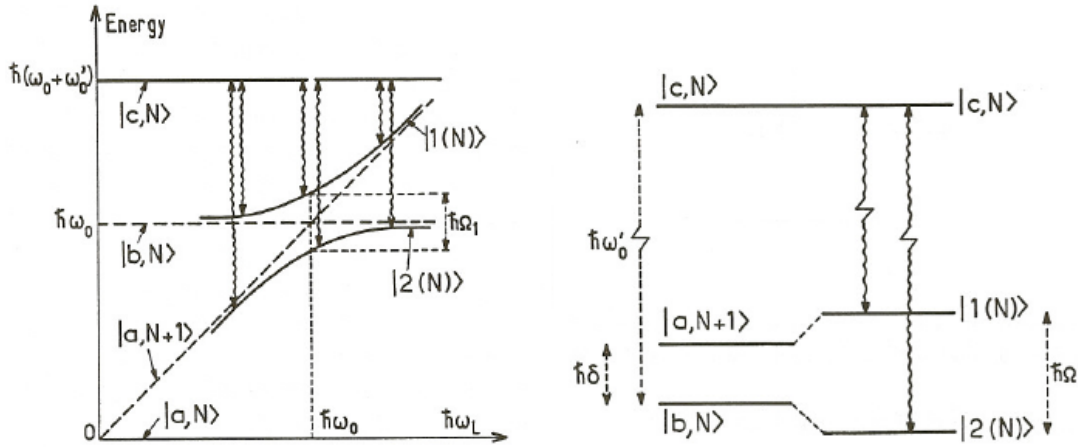
$$k_{12}v_z + k_{23}v_y + \Delta_{12} + \Delta_{23} = 0. \quad (3.3)$$

Površno gledajući, ovaj pravac prati položaje maksimuma sile F_y i time potvrđuje ideju o važnosti ukupnog pomaka od rezonancije Δ . Ipak, detaljnijim promatranjem vidljivo je malo odstupanje, podrijetlom od Autler-Townesovog efekta.

3.2.1 Autler-Townesov efekt

S. H. Autler i C. H. Townes 1955. pokazali su da se prijelaz između dva molekulska energetska nivoa može cijepati na dvije komponente ako je jedan od dva uključena nivoa vezan s trećim jakim rezonantnim mikrovalnim poljem [14, 15]. Pripadajući dublet naziva se dinamičko Starkovo cijepanje ili Autler-Townesov dublet. Autler-Townesov efekt manifestira se i u slučaju atomskih energetskih nivoa, kao u mojem slučaju. Prilikom vezanja elektromagnetskog polja na atomska stanja, polje izlazi iz koherentnog stanja. Atomska stanja sparuju se sa stanjima polja i cijeli je sustav potrebno promatrati u slici obučenih atoma. U ovoj slici, relevantna stanja linearne su kombinacije pojedinih atomskih stanja. Potpis Autler-Townesovog efekta vidljiv je u energetskom dijagramu kao razlika energija ovih sparenih stanja blizu rezonancije. Na slici 6 prikazan je jednostavan slučaj atoma s tri nivoa $|a\rangle$, $|b\rangle$ i $|c\rangle$, s mogućim prijelazima $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$ i $|b\rangle \rightarrow |c\rangle$, pripadajućih energija $\hbar\omega_0$ i $\hbar\omega'_0$. S jedne strane na atome djeluje jako lasersko polje frekvencije ω_L bliske rezonanciji prvog, a

daleko od drugog prijelaza. S druge strane djeluje slabije polje frekvencije ω'_0 . Zbog vezanja na polje efektivne energije sparena stanja ne sijeku se kad je frekvencija ω_L bliska rezonanciji. Ovakvo udaljavanje dvije energije uzrokuje pojavljivanje dubleta u prijelazima $\rightarrow |c\rangle$. Intenziteti maksimuma mijenjaju se ovisno o pomaku frekvencije ω_L od atomske rezonancije, a simetrični i jednaki su upravo na frekvenciji rezonancije.



Slika 6: Shematski prikaz atoma s tri nivoa $|a\rangle$, $|b\rangle$ i $|c\rangle$ u vanjskom polju frekvencija $\omega_L = \omega_0 + \delta i \omega'_0$ i ovisnost energija o frekvenciji ω_L . Isprekidana linija označava energije nesparenih stanja atoma i polja. Za razliku od nesparenih stanja koja se sijeku za $\omega_L = \omega_0$, obučena stanja se blizu rezonancije međusobno odmiču. Valovite strelice prikazuju dvije komponente Autler-Townesovih dubleta za različite frekvencije ω_L . Zbog interakcije s poljem dolazi do promjene energija kada je zračenje ω_L blizu atomske rezonancije te pojave tzv. Autler-Townesovog dubleta.

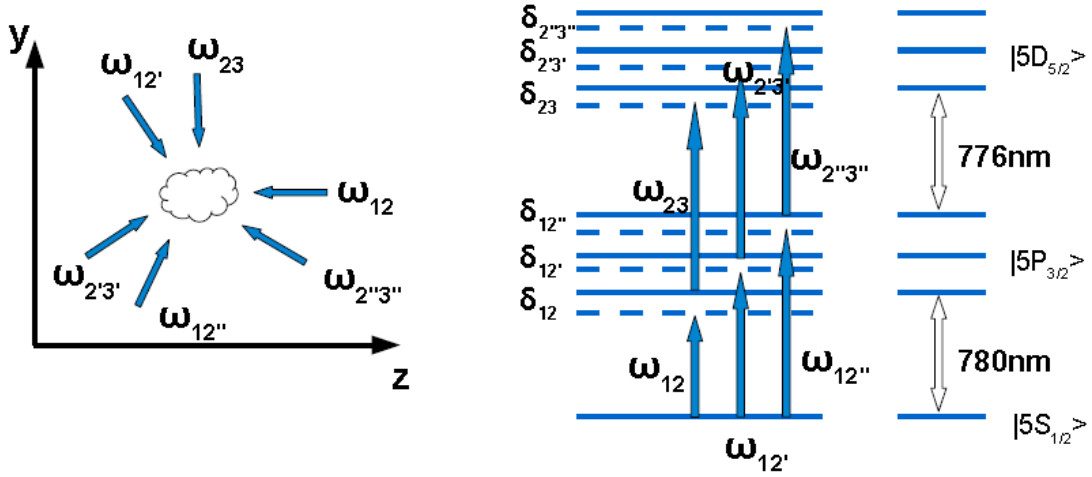
Prijelaz $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$ analogan je prijelazima $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ u sustavima hladnih neutralnih atoma koje sam ja promatrala. Sintetička Lorentzova sila rezultat je prijelaza tipa $|b\rangle \rightarrow |c\rangle$, pa je u njenom ponašanju vidljiv Autler-Townesov efekt. Nesimetričnost dubleta i različiti intenziteti maksimuma tako uzrokuju odstupanje maksimalnog odziva od pravca 3.3.

Na poslijetku, za bolji uvid u ovisnost sila o v_z zgodno je prikazati presjek za $v_y = 0$. Na slici 5 može se primjetiti kako linearna ovisnost sile o brzini $F_y(v_z)$ vrijedi samo za relativno male brzine atoma te se područje odgovarajućih brzina smanjuje za male Δ . Ipak, vjerojatnost da atom u hladnom plinu ^{87}Rb ima brzinu veću od $v = 0.5\text{m/s}$ je mala, zbog čega ovaj zahtjev nije pretjerano ograničavajuć.

Δ_{12} [$\cdot 10^7 s^{-1}$]	α_{11} [$\cdot 10^{-22} \text{Ns/m}$]	α_{12} [$\cdot 10^{-22} \text{Ns/m}$]	α_{21} [$\cdot 10^{-22} \text{Ns/m}$]	α_{22} [$\cdot 10^{-22} \text{Ns/m}$]	$q\mathbf{B}_{\text{eff}}$ [$\cdot 10^{-22} \text{Ns/m}$]
-1.525	-6.26	+0.23	-0.23	-6.26	0.23
-2.287	-4.78	+0.016	-0.016	-4.78	0.016
-3.049	-3.21	+0.014	-0.014	-3.21	0.014

Tablica 2: Ovisnost koeficijenata u prikazu sile 3.5 i jakosti sintetičkog magnetskog polja o pomaku frekvencije $\Delta_{12} = \Delta_{12'} = \Delta_{12''}$. $\Delta_{23} = \Delta_{2'3'} = \Delta_{2''3''} = +0.583 \cdot 10^7 s^{-1}$, $\Omega_{12} = \Omega_{12'} = \Omega_{12''} = 1.019 \cdot 10^7 s^{-1}$, $\Omega_{23} = \Omega_{2'3'} = \Omega_{2''3''} = 0.482 \cdot 10^7 s^{-1}$. Vrijednosti su dobivene numeričkom prilagodbom u području brzina $|v_z| \leq 0.5 m/s$ i $|v_y| \leq 0.5 m/s$. Za velike pomake frekvencija ($\Delta_{12} > 2 \cdot 10^7 s^{-1}$) vjerojatnost pobuđivanja atoma malih brzina iz osnovnog stanja zanemariva je, zbog čega gotovo iščezava i potpis dvofotonskog prijelaza – efektivno sintetičko magnetsko polje.

3.3 Sintetička Lorentzova sila invarijantna na rotaciju u \vec{v} prostoru

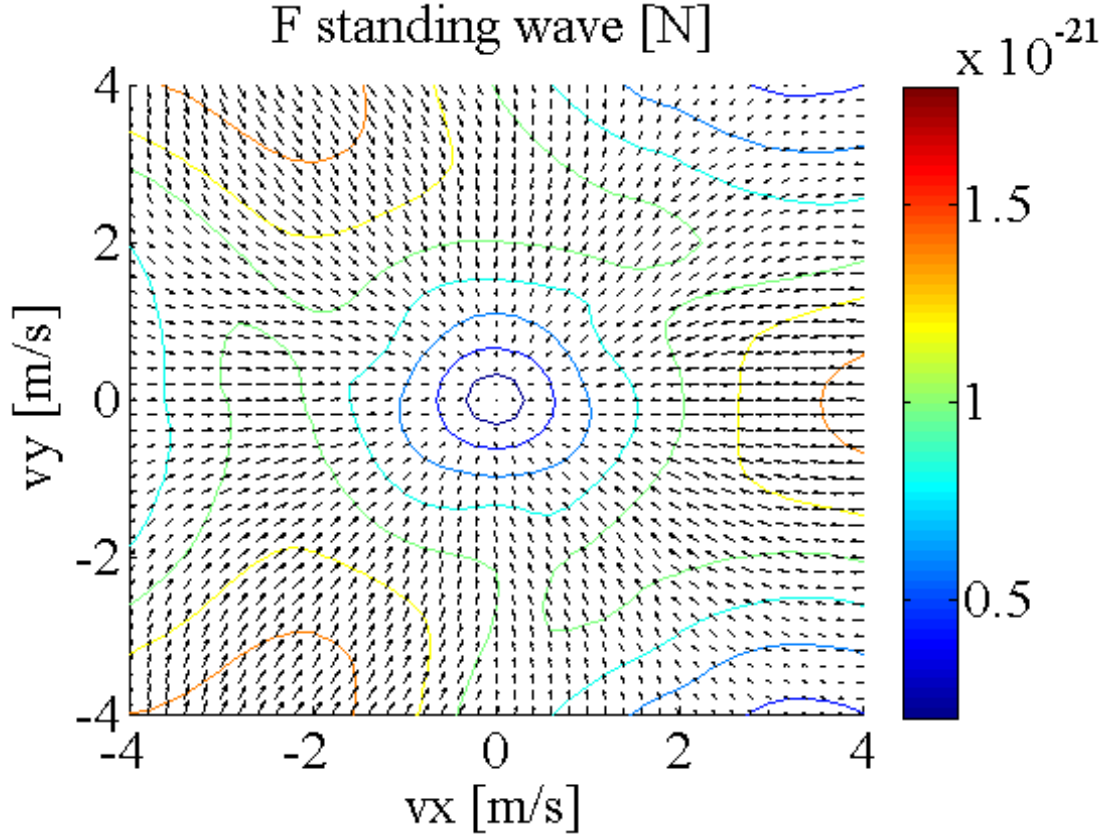


Slika 7: Prikaz konfiguracije lasera i atomskih nivoa za postizanje sintetičke Lorentzove sile invarijantne na rotacije u \vec{v} prostoru.

Uključivanjem pet atomskih nivoa uspješno sam postignula silu u \hat{y} smjeru koja je ovisna o \hat{z} komponenti atomske brzine. U slučaju realne Lorentzove sile, međutim, takva ovisnost vrijedi za sve brzine unutar ravnine okomite na smjer magnetskog polja. Drugim riječima,

$$\mathbf{F}_{\text{magn}} = q_{\text{eff}} \mathbf{v} \times \mathbf{B}_{\text{eff}}. \quad (3.4)$$

Postizanje takve umjetne sile sa svjetlošću moguće je dobiti pokrivanjem cijele $\hat{z}\hat{y}$ ravnine laserima koji pobuđuju iz osnovnog nivoa, kao i njima okomitim parovima. Za simetričnu kombinaciju koja pokriva cijelu ravninu najmanji broj lasera svake vrste iznosi tri, a na slici 7 prikazana je takva konfiguracija. Osim potrebnih 3+3



Slika 8: Ovisnost ukupne sile o atomskim brzinama v_x i v_y u sustavu 7. Strelice prikazuju smjer sile u koordinatnoj $\hat{z}\hat{y}$ ravnini, a njihova duljina odgovara iznosu. Obojane linije povezuju točke jednakih intenziteta sile u prostoru brzina, a odgovarajući intenzitet svake boje prikazan je na pripadajućoj skali. $\Delta_{12} = \Delta_{12'} = \Delta_{12''} = -0.4\Gamma_2 = -1.525 \cdot 10^7 s^{-1}$, $\Delta_{23} = \Delta_{2'3'} = \Delta_{2''3''} = +0.583 \cdot 10^7$, $\Omega_{12} = \Omega_{12'} = \Omega_{12''} = 1.019 \cdot 10^7 s^{-1}$, $\Omega_{23} = \Omega_{2'3'} = \Omega_{2''3''} = 0.482 \cdot 10^7 s^{-1}$. Linearna ovisnost magnitude sile $|\mathbf{F}|(\mathbf{v})$ ograničena je na područje malih brzina $|\mathbf{v}| \approx \leq 0.5 m/s$.

lasera za pobuđivanje, u sustav sam morala uvesti i dodatne atomske nivoe. Karakteristike potrebnih 7 nivoe opet sam preuzela od stanja ^{87}Rb . Za osnovni nivo $|1\rangle$ opet sam odabrala atomsko stanje $5S_{1/2}$. Nivoi prvog prijelaza $|2\rangle$, $|2'\rangle$ i $|2''\rangle$ odgovarali su hiperfinim stanjima $5P_{3/2}$, a nivoi $|3\rangle$, $|3'\rangle$ i $|3''\rangle$ stanjima $5D_{5/2}$.

U prikazu polja ukupne sile na slici 8 vidi se da, kao ni u jednostavnijem slučaju, za velike brzine ovaj način dobivanja sintetičke Lorentzove sile nije dobar: iznos sile prestaje biti konstantan i njezin smjer nije u skladu sa ponašanjem realne Lorentzove sile. Ipak, za eksperimentalni raspon brzina, ponašanje je zadovoljavajuće.

Iznos sile proporcionalan je ukupnoj brzini ($|\mathbf{F}| \sim |\mathbf{v}|$), a njen smjer određuju dva doprinosa u prostoru brzina. Glavni doprinos daje uobičajena radijalna sila gušenja $\mathbf{F}_{Doppler} \sim -\alpha\mathbf{v}$. Pažljivijim promatranjem primjećuje se i tangencijalna

Δ_{23} [$\cdot 10^7 s^{-1}$]	α_{11} [$\cdot 10^{-22} \text{Ns/m}$]	α_{12} [$\cdot 10^{-22} \text{Ns/m}$]	α_{21} [$\cdot 10^{-22} \text{Ns/m}$]	α_{22} [$\cdot 10^{-22} \text{Ns/m}$]	\mathbf{qB}_{eff} [$\cdot 10^{-22} \text{Ns/m}$]
+0.167	-6.19	+0.06	-0.06	-6.19	0.06
+0.333	-6.22	+0.10	-0.10	-6.22	0.10
+0.500	-6.25	+0.18	-0.18	-6.25	0.18
+0.667	-6.28	+0.30	-0.30	-6.28	0.30
+0.833	-6.28	+0.51	-0.51	-6.28	0.51

Tablica 3: Ovisnost koeficijenata u prikazu sile 3.5 i jakosti sintetičkog magnetskog polja o pomaku frekvencije $\Delta_{23} = \Delta_{2'3'} = \Delta_{2''3''}$. $\Delta_{12} = \Delta_{12'} = \Delta_{12''} = -0.4\Gamma_2 = -1.525 \cdot 10^7 s^{-1}$, $\Omega_{12} = \Omega_{12'} = \Omega_{12''} = 1.019 \cdot 10^7 s^{-1}$, $\Omega_{23} = \Omega_{2'3'} = \Omega_{2''3''} = 0.482 \cdot 10^7 s^{-1}$. Vrijednosti su dobivene numeričkom prilagodbom u području brzina $|v_z| \leq 0.5 m/s$ i $|v_y| \leq 0.5 m/s$. Povećanjem Δ_{23} ukupni pomak frekvencije dvofotonskog prijelaza vraća se prema rezonanciji. Maksimalna sila pomiče se na atome niskih brzina te promjena sile u ovisnosti o brzini postaje strmija – jače efektivno sintetičko magnetsko polje.

komponenta sile. Oblika je $\mathbf{F}_{\text{magn}} = +q_{\text{eff}} \mathbf{v} \times \mathbf{B}_{\text{eff}}$ te potpis sintetičkog magnetizma i postojanja rotacije sile u prostoru brzina. Pobuđivanje iz osnovnog stanja (laseri $\omega_{12}, \omega_{12'}$ i $\omega_{12''}$) nema nikakvu ovisnost o okomitim komponentama atomske brzine, zbog čega doprinos daje isključivo radijalnoj komponenti sile. Tek interakcija atoma s njima okomitim parovima (laseri $\omega_{23}, \omega_{2'3'}$ i $\omega_{2''3''}$) donosi obje komponente sile: radijalnu kroz uobičajenu silu gušenja i tangencijalnu kroz ovisnost o populaciji u prvim pobuđenim stanjima, odnosno okomitim komponentama brzine. Zbog relativno niskih intenziteta lasera, daleko ispod vrijednosti potrebnih za postizanje inverzije stanja, broj tih atoma malen je i time okomita komponenta sile znatno slabija od radijalne.

Za kvantitativnu usporedbu ove dvije vrste sila napravila sam numeričku prilagodbu ovisnosti sile o brzinama u linearnom području ($|\mathbf{v}| \leq 0.5$):

$$\begin{pmatrix} F_z \\ F_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_z \\ v_y \end{pmatrix}. \quad (3.5)$$

U takvome prikazu dijagonalni koeficijenti α_{11} i α_{22} odgovaraju brzini kolinearne komponente sile. Ovisnost okomite komponente sadržan je u nedijagonalnim koeficijentima α_{12} i α_{21} . U tablicama 2 i 3 prikazana vrijednost koeficijenata koju sam dobila za različite kombinacije pomaka frekvencija lasera od rezonancije Δ_{12} i Δ_{23} . Za svaku od kombinacija očito je da vrijedi pravilo

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= \alpha_{22} \\ -\alpha_{12} &= \alpha_{21}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Međusobni odnos koeficijenata određen je prostornom ovisnošću sile i njenim ponašanjem prilikom rotacija u \mathbf{v} prostoru. Za rotaciono neinvarijantnu silu, dobivenu konfiguracijom iz odjeljka 3.2, primjerice, vrijedilo bi $\alpha_{12} = 0$. S druge strane,

međusobna zavisnost koeficijenata 3.6 potpis je upravo invarijantnosti sile na rotacije u \mathbf{v} prostoru. U tome slučaju silu je moguće zapisati u obliku

$$\mathbf{F} = \alpha_{11}\mathbf{v} + \alpha_{21}\mathbf{v} \times \hat{\mathbf{x}}. \quad (3.7)$$

Usporedbom s očekivanim oblikom sile elektromagnetskog polja na neutralne atome

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \mathbf{F}_{Doppler} + \mathbf{F}_{magn} \\ &= -\alpha\mathbf{v} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}_{eff}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

iz dobivenih koeficijenata izračunala sam koeficijent Dopplerovog gušenja α_B i jakost efektivnog sintetičkog magnetskog polja

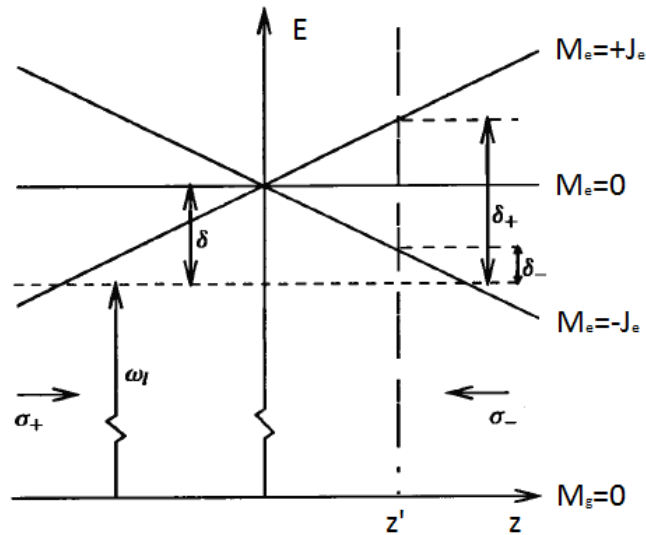
$$\begin{aligned} \alpha_B &= -\alpha_{11} \\ q\mathbf{B}_{eff} &= \alpha_{21}\hat{\mathbf{x}}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Ponašanje sintetičkog polja u ovisnosti o pomacima frekvencija lasera ω_{12} prikazano je u tablici 2. Za velike pomake od rezonancije sintetički magnetizam gotovo da i nije prisutan. Naime, zbog zanemarive vjerojatnosti pobude atoma malih brzina iz osnovnog stanja, dvofotonski prijelazi slabo su vjerojatni. Tablica 3 donosi ovisnost o pomacima frekvencija lasera ω_{23} . Ukupni pomak frekvencije dvofotonskog prijelaza vraća se prema rezonanciji njihovim povećanjem. Zbog pomicanja maksimuma tangencijalne komponente sile njena promjena u ovisnosti o brzini postaje strmija i time jača efektivno magnetsko polje.

4 Prijedlog za eksperiment

U ovome poglavlju iznijeti ću prijedlog eksperimenta u kojem bi se mogla detektirati sintetička Lorentzova sila. Za eksperimentalno opažanje potrebno je naći efekt koji sintetička Lorentzova sila uzrokuje u atomskom sustavu. Jedan od naših prijedloga za traženje njenog potpisa promatranje je gibanja oblaka hladnih neutralnih atoma koji je u početnom trenutku izmaknut iz položaja ravnoteže. Kao u slučaju nabijenih čestica pod utjecajem magnetskog polja, sintetička Lorentzova sila koju smo konstruirali odgovarajućim sustavom lasera trebala bi skretati putanju neutralnih atoma u u neku vrst "ciklotronske" putanje. U nastavku poglavlja prvotno je objašnjen prelazak na simulaciju realnog eksperimentalnog sustava, a zatim i izneseno i ponašanje koje očekujemo kao potpis sintetičke Lorentzove sile.

4.1 Magneto-optička klopka



Slika 9: Shematski prikaz magneto-optičke klopke u 1D. Isprekidanom linijom označene su frekvencije lasera iz sustava nepomičnog atoma u središtu klopke. Zbog Zeemanovog cijepanja frekvencija atomskih prijelaza u nehomogenom magnetskom polju, atomi na položaju $z = z'$ nalaze se bliže rezonanciji sa σ^- laserskom zrakom, zbog čega osjećaju silu prema središtu klopke.

Rezultate izračuna sile iz poglavlja 3 dobila sam preuzimanjem karakteristika stvarnih atoma ^{87}Rb i poštivanjem eksperimentalnih ograničenja na intenzitete i pomake frekvencija lasera. Tako je jedina komponenta koja je nedostajala za simulaciju sile prisutne u realnom eksperimentu magneto-optička klopka.

Magneto-optička klopka (MOT, *en. magneto-optical trap*) najšire je korištena klopka za neutralne atome, prvi put konstruirana 1987 [16]. Na području plina

atoma u ovome slučaju prisutne su dvije vrste polja: optičko i magnetsko polje. Djelovanje magneto-optičke klopke istovremeno je ovisno o nehomogenim magnetskim poljima kao i izbornim pravilima za interakciju atoma i zračenja. Interakcija laserskog zračenja s neutralnim atomima omogućuje hlađenje, zbog kojega punjenje klopke i daljnje rukovanje atomima postaju jednostavniji. Pored relativno jednostavne konstrukcije, moguće i na sobnoj temperaturi s umjereno jakim poljima, jedan od razloga za veliku rasprostranjenost ove klopke jest i dobra stabilnost pri radu. Za njeno ispravno funkcioniranje, naime, pretjerano precizna ravnoteža zraka suprotnih smjerova nije nužna te je dovoljan niski stupanj njihove polarizacije.

Zarobljavanje u magneto-optičkoj klopki postiže se optičkim pumpanjem sporih neutralnih atoma u linearno nehomogenom magnetskom polju $B = B(z) \equiv Az$. U vanjskom magnetskom polju atomski prijelazi oblika $J_g \rightarrow J_e = J_g + 1$ imaju tri Zeemanove komponente. Svaka od njih pobuđuje se jednom od tri moguće polarizacije laserskog zračenja. Rezonantna frekvencija ovih prijelaza ovisna je o polju, čija je jakost u ovome slučaju ovisna o prostoru na način prikazan na slici 9. Dve laserske zrake cirkularnih polarizacija šire se u suprotnim smjerovima. Njihove polarizacije suprotne su ukoliko se gledaju iz jednog koordinatnog sustava. Frekvencija obje zrake pomaknuta je za δ u odnosu na atomsku rezonanciju bez prisutnosti polja.

Zbog Zeemanovog pomaka u vanjskom magnetskom polju, pobuđeno stanje $M_e = +J_e$ pomaknuto je prema višoj energiji za $B > 0$, dok je energija stanja $M_e = -J_e$ u tome području snižena. Na položaju z' na slici 9, dakle, magnetsko polje uzrokuje približavanje rezonanciji atomskog prijelaza $\Delta M = -1$, a udaljšavanje prijelaza $\Delta M = +1$. Odabere li se negativna polarizacija σ^- laserske zrake koja dolazi s desna, a pozitivna σ^+ za zraku suprotnog smjera, više atoma na položaju je pobuđeno od zrake σ^- . Na atome u području pozitivnih z koordinata prisutna je sila prema središtu klopke. U području negativnih z koordinata, uloge stanja $M_e = \pm J_e$ zamjenjene su. Veći udio atomskih prijelaza događa se interakcijom s σ^+ zrakom, a time atomi su opet vođeni prema centru klopke.

Situacija je analogna Dopplerovom gušenju. Dopplerovo hlađenje efekt je prisutan u prostoru brzina, dok se ovdje radi o realnom prostoru. Kako je frekvencija lasera niža od atomske rezonancije, hlađenje i kompresija atoma u magneto-optičkoj klopki postižu se istovremeno.

Prijelaz u tri dimenzije jednostavno se postiže uvođenjem novih parova lasera i linearne ovisnosti vanjskog magnetskog polja u svakome od tri smjera prostora (anti-Helmholtzove zavojnice). Rezultantni pomak frekvencija laserskih zračenja od atomske rezonancije za zrake pozitivne i negativne polarizacije dan je s

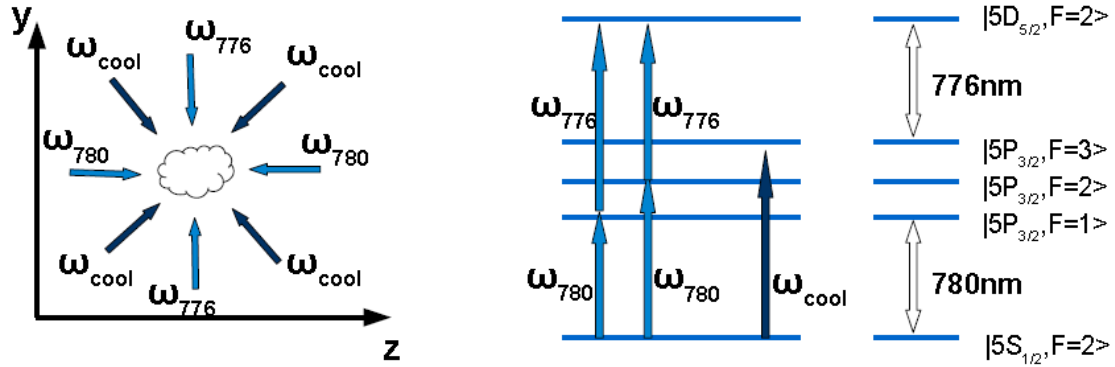
$$\delta_{\pm} = \delta \mp \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} \pm \mu' B / \hbar, \quad (4.1)$$

gdje je $\mu' = (g_e M_e - g_g M_g) \mu_B$ efektivni magnetski moment prijelaza. Pretpostavkom malog Dopplerovog i Zeemanovog pomaka u odnosu na pomak frekvencije δ i zbrajanjem svih prisutnih sila dobiva se izraz za resultantnu silu na atome u magneto-optičkoj klopki oblika

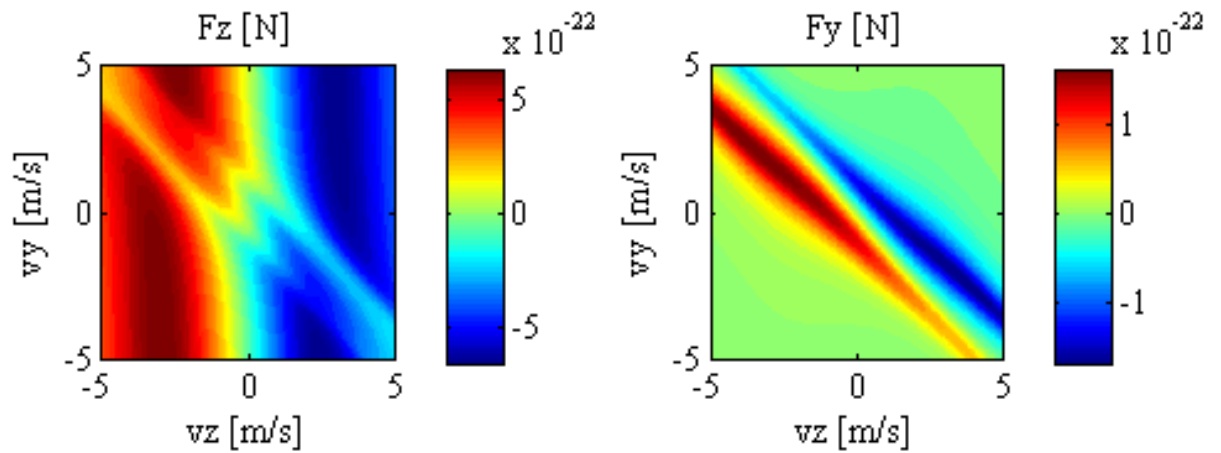
$$\mathbf{F}_{MOT} = -\alpha \mathbf{v} - \kappa \mathbf{r}. \quad (4.2)$$

Koeficijent α već je prethodno spominjan u sklopu Dopplerove sile gušenja, a κ odgovara konstanti efektivnog harmoničkog zatočenja atoma u prostoru [6].

4.2 Oblak hladnih neutralnih atoma i sintetička Lorentzova sila

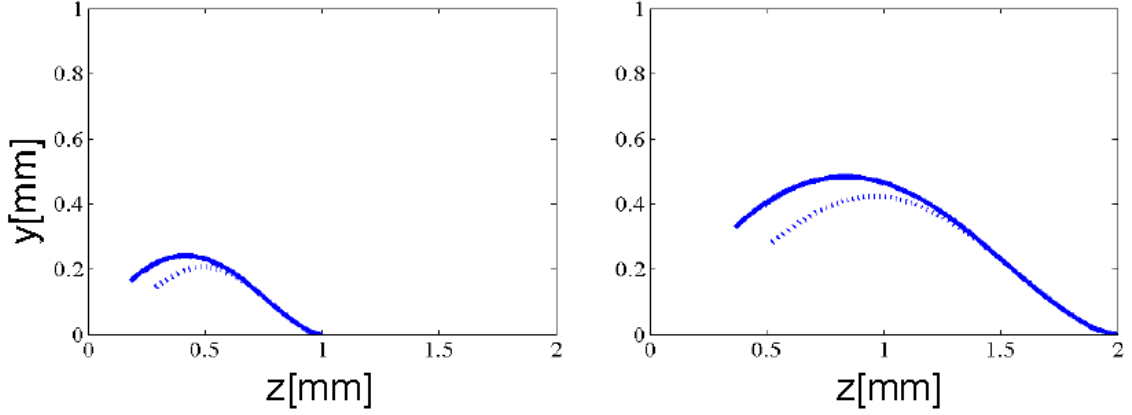


Slika 10: Konfiguracija lasera i atomskih nivoa za eksperimentalnu provjeru sintetičke Lorentzove sile koju smo konstruirali.



Slika 11: Ovisnost \hat{z} i \hat{y} komponente sile o brzinama iz simulacije eksperimenta koji, pored lasera za postizanje sintetičke Lorentzove sile, uključuje i magneto-optičko klopku. $\Omega_{cool} = 6.9 \cdot 10^7 s^{-1}$, $\Omega_{780} = 0.68 \cdot 10^7 s^{-1}$, $\Omega_{776} = 1.64 \cdot 10^7 s^{-1}$, $\Delta_{cool} = -3.1\Gamma_2$, $\Delta_{780} = -0.5\Gamma_2$, $\Delta_{776} = -\Delta_{780}$. Funkcioniranje magneto-optičke klopke ruši neovisnost F_z o \hat{z} komponenti atomske brzine.

Radi funkcioniranja magneto-optičke klopke potrebno je jedno od tri dosad korištena hiperfina stanja $|5P_{3/2}\rangle$ (dosad označavano kao nivo $|2\rangle$) iskoristiti kao



Slika 12: Prikaz očekivane putanje centra mase hladnog oblaka neutralnih atoma ^{87}Rb u magneto-optičkoj klopki pod utjecajem sintetičke Lorentzove sile koju smo konstruirali (puna linija). Crtkana linija prikazuje putanju koju smo dobili linearizacijom sile u području malih brzina. a) $(z, y)(0) = (1\text{mm}, 0)$. b) $(z, y)(0) = (2\text{mm}, 0)$. $\Omega_{cool} = 6.87 \cdot 10^7 \text{s}^{-1}$, $\Omega_{780} = 0.68 \cdot 10^7 \text{s}^{-1}$, $\Omega_{776} = 1.64 \cdot 10^7 \text{s}^{-1}$, $\Delta_{cool} = -3.1\Gamma_2$, $\Delta_{780} = -0.5\Gamma_2$, $\Delta_{776} = -\Delta_{780}$. Akceleracijom radijalne sile magneto-optičke klopke javlja se \hat{z} komponenta atomske brzine koja uzrokuje skretanje putanje pod utjecajem sintetičke Lorentzove sile. S vremenom, međutim, zbog skretanja ova komponenta brzine postaje malena i sila magneto-optičke klopke nadjačava sintetičku Lorentzovu. Centar mase oblaka skreće u suprotnom smjeru. Kada brzina centra mase postane prevelika da bi zanemarili nelinearnost sile, razdvajaju se puna i crtkana linija. Ponovnim smanjivanjem brzina linije opet postaju približno usporedne.

pobuđeno stanje $|e\rangle$ iz odjeljka 4.1. Konkretno, za proračune smo koristili sustav prikazan na slici 10. Stanje $|5S_{1/2}, F = 2\rangle$ upotrijebili smo za osnovno, kako za magneto-optičku klopku, tako i za konstrukciju sintetičke Lorentzove sile. Pobuđeni nivo magneto-optičke klopke odgovarao je hiperfinom stanju $|5P_{3/2}, F = 3\rangle$, a viši nivoi za konstrukciju sile stanjima $|5P_{3/2}, F = 1, 2\rangle$ te $|5D_{5/2}, F = 2\rangle$. U ovoj konfiguraciji ukupna sila na atome postaje kombinacija sile magneto-optičke klopke i 4.2 i sintetičke Lorentzove sile 3.5

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \mathbf{F}_{MOT} + \mathbf{F}_{magn} \\ &= -\alpha\mathbf{v} - \kappa\mathbf{r} + \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix} \mathbf{v}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Koeficijente α i κ iz izraza 4.3 preuzeli smo iz dosadašnjih eksperimenata sa hladnim plinom tih atoma u magneto-optičkoj zamci koji su napravljeni u laboratoriju na Institutu za fiziku u Zagrebu. Koeficijente α_{ij} direktno smo izračunali na način koji sam dosad prikazala. Uvođenjem dodatne sile F_{MOT} , s jedne se strane gubi invarijantnost na rotacije u prostoru brzina (odjeljak 3.3). Ovisnost sile o okomitoj brzini ne postoji za sve smjerove te, osim u posebnim slučajevima, više ne vrijede jednakosti 3.6 (općenito $\alpha_{11} \neq \alpha_{22}$ i $-\alpha_{12} \neq \alpha_{21}$). S druge strane, budući da je u

sustavu prisutan laser koji hladi, atomi prolaze kroz oba ciklusa: ciklus hlađenja i ciklus koji generira sintetičku Lorentzovu silu. Povećanjem broja ciklusa hlađenja u vremenu (Ω_{cool}) smanjuje se utjecaj sintetičke Lorentzove sile. Također, Autler-Townesov efekt utječe na frekvencije lasera pri kojima se javlja maksimalni efekt, tj. maksimalna sintetička Lorentzova sila. Tako se odnos koeficijenata razlikuje i od slučaja iz odjeljka 3.2. Ova promjena ponašanja sile može se uočiti i na prikazu ovisnosti njenih pojedinih komponenti o brzinama. Na slici 11 jasno je kako je neovisnost \hat{z} komponente sile o okomitoj komponenti brzine v_y značajno narušena, što rezultira s $\alpha_{12} \neq 0$.

Promatrali smo utjecaj rezultantne sile 4.3 na oblak hladnih atoma ^{87}Rb . Rezultantna sila na atome istovremeno je ovisna o brzini i položaju. Iako tijekom vremenske evolucije pod njenim utjecajem dolazi do deformacije atomskog oblaka, njegov centar mase giba se upravo po putanji koju bi slijedio jedan atom uz zanemarenu difuziju. Tako računom za gibanje atoma ^{87}Rb mase $m_{Rb} = 87 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27}$ kg pod utjecajem sintetičke Lorentzove sile možemo simulirati gibanje (centra mase) oblaka plina hladnih atoma ^{87}Rb .

Na slici 12 prikazana je putanja koju očekujemo. Vrijednosti parametara odabrali smo da bi postigli maksimalno zakretanje putanje uz poštivanje eksperimentalnih ograničenja. U početnom trenutku oblak atoma odmaknut je od ishodišta u \hat{z} smjeru. Djelovanjem mageto-optičke klopke i radijalne komponente sile ovisne o položaju ($-\kappa\mathbf{r}$) oblak se akcelerira prema ishodištu. Porastom \hat{z} komponente brzine atoma javlja se i sintetička Lorentzova sila koja ih skreće u \hat{y} smjeru. Skretanjem se, međutim, smanjuje \hat{z} komponenta brzine, zbog čega postepeno slabi i sintetička Lorentzova sila. Tako s vremenom radijalna sila mageto-optičke klopke nadjačava sintetičku Lorentzovu i uzrokuje skretanje u suprotnom smjeru, prema ishodištu.

5 Zaključak

U ovome radu istraživala sam mogućnost konstrukcije sintetičke Lorentzove sile za hladni, kvantno nedegenerirani, neutralni atomski plin te njena svojstva. Krenula sam od ideje u kojoj se na oblak neutralnih atoma djeluje s dva međusobno okomita lasera koji uzrokuju niz dvofotonskih prijelaza. Pritom zbog atomskog gibanja dolazi do Dopplerovog pomaka frekvencija laserskog polja. Tako, mehanizmom sličnim slučaju Dopplerove sile gušenja, nastaje sila ovisna o okomitoj komponenti brzine, što je svojstveno Lorentzovoj sili.

Pokazala sam da dodavanje drugog para lasera sintetizira Lorentzovu silu za jedan smjer brzine. Poopćenje sintetičke Lorentzove za proizvoljan smjer brzine postigla sam korištenjem tri para lasera. Model sam primjenila na atom ^{87}Rb . Do rezultata sam došla poluklasičnim pristupom u formalizmu matrica gustoće, numeričkim putem koristeći paket Matlab.

Iznijela sam i rezultate modeliranja realnog eksperimentalnog sustava plina ^{87}Rb koji se nalazi u magneto-optičkoj klopci, koje smo dobili uz sintetičku silu konstruiranu pomoću dva para lasera. Time smo omogućili usporedbu s eksperimentalnim rezultatima te, u konačnici, i eksperimentalnu provjeru ove ideje konstrukcije sintetičke Lorentzove sile za hladne neutralne atome.

Literatura

- [1] R. P. Feynman, *Simulating physics with computers*, International Journal of Theoretical Physics, Volume **21**, Issue 6-7, pp 467-488 (1982).
- [2] N.R.Cooper, *Rapidly rotating atomic gases*, Adv. Phys. **57**, 539 (2008).
- [3] Y-J. Lin, R.L. Compton, K. Jimenez-Garcia, J.V. Porto, I.B. Spielman, *Synthetic magnetic fields for ultracold neutral atoms*, Nature **462**, 628 (2009).
- [4] L.J. Le Blanc, K. Jimenez-Garcia, R.A. Williams, M.C. Beeler, A.R. Perry, W.D. Phillips, and I.B. Spielman, *Observation of a superfluid Hall effect*, PNAS **109**, 10811 (2012).
- [5] R. Frisch, *Experimenteller Nachweis des Einsteinschen Strahlungsruckstosses* Z. Phys. **86**, 42 (1933).
- [6] H.J.Metcalf and P.Van Der Straten, *Laser Cooling and Trapping*, (Springer, 1999).
- [7] D. Aumiler, *Rezonantna interakcija atoma i molekula s femtosekundnim laserskim frekventnim česljeme*, doktorska disertacija, Prirodoslovno-matmatički fakultet, Zagreb (2006)
- [8] G. Auletta, M. Fortunato and G. Parisi, *Quantum Mechanics*, (Cambridge University Press, 2009).
- [9] J. Dalibard, F. Gerbier, G. Juzeliunas, P. Ohberg, *Colloquium: Artificial gauge potentials for neutral atoms*, Rev. Mod. Phys. **83**, 1523 (2011).
- [10] R. Dum and M. Olshanii, Phys. Rev. Lett. **76**, 1788 (1996).
- [11] S. Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin and A. Cable, *Experimental Observation of Optically Trapped Atoms*, Phys. Rev. Lett. **57**, (1986).
- [12] S. Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, A. Cable and A. Ashkin, *Three-Dimensional Viscous Confinement and Cooling of Atoms by Resonance Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett. **55**, (1985).
- [13] W. D. Phillips, *Laser cooling and trapping of neutral atoms*, Reviews of Modern Physics **70**, 3 (1998).
- [14] S. H. Autler and C. H. Townes, *Stark effect in rapidly varying fields*, Phys. Rev. **100**, 2 (1955).
- [15] C. Cohen-Tannoudji, *The Autler-Townes effect revisited*, <http://www.phys.ens.fr/~cct/articles/dans-livres/the-autler-townes-p109-1996.pdf> (1996).
- [16] E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu and D. Pritchard, *Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure*, Phys. REv. Lett, **59**, 2631 (1987).