

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

Ana Cipriš

HLAĐENJE ATOMA OPTIČKIM
FREKVENTNIM ČEŠLJEM

Diplomski rad

Zagreb, 2017.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

INTEGRIRANI PREDDIPLOMSKI I DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI
STUDIJ FIZIKA; SMJER ISTRAŽIVAČKI

Ana Cipriš

Diplomski rad

Hlađenje atoma optičkim frekventnim
češljem

Voditelj diplomskog rada: dr. sc. Ticijana Ban

Ocjena diplomskog rada: _____

Povjerenstvo: 1. _____

2. _____

3. _____

Datum polaganja: _____

Zagreb, 2017.

Zahvalila bih se svojoj mentorici, dr. sc. Tacijani Ban na svom trudu, savjetima i pomoći prilikom izrade diplomskog rada.

Hvala Nevenu Šantiću na strpljenju, pomoći i svom prenijetom znanju prilikom rada u labosu.

Hvala Domagoju Kovačiću što me savjetovao da dođem u Laboratorij za hladne atome.

Hvala ostatku grupe na brojnim savjetima i konstruktivnim raspravama.

I na kraju, hvala obitelji i prijateljima na podršci.

Sažetak

U ovom diplomskom radu proučavano je hlađenje atoma ^{87}Rb optičkim frekventnim češljem koji nastaje uslijed visoko stabiliziranog zračenja femtosekundnog lasera. Atomi su se hladili pobuđivanjem $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$ prvog rezonantnog elektronskog prijelaza u atomu ^{87}Rb točno određenom spektralnom linijom frekventnog češlja. Temperatura atoma se određivala korištenjem tehnike vremena proleta. Mjerene su temperature za različite konfiguracije polarizacija suprotno propagirajućih femtosekundnih laserskih zraka, kao i ovisnost temperature o magnetskom polju i vremenu interakcije s femtosekundnim laserom. Opaženo je hlađenje do sub-Dopplerovih temperatura s najnižom izmjerenom temperaturom od $66 \mu\text{K}$, što predstavlja, prema našim saznanjima, prvu eksperimentalnu realizaciju sub-Dopplerovih temperatura koristeći optički frekventni češalj. U svrhu usporedbe sa standardnim tehnikama hlađenja utemeljenim na kontinuiranim laserima, mjerenja su se ponovila koristeći kontinuirani laser umjesto frekventnog češlja. Dobiveno slaganje izmjerenih temperatura potvrđuje upotrebu optičkog frekventnog češlja za hlađenje atoma, čime se otvara niz novih mogućnosti kao što je hlađenje atoma s prvim rezonantnim prijelazima u ultraljubičastom/vakuu ultraljubičastom dijelu spektra, području nedostupnom emisiji kontinuiranih lasera.

Ključne riječi: optički frekventni češalj, niz femtosekundnih pulseva, lasersko hlađenje, sila zračenja, magneto-optička stupica, atom rubidija, sub-Dopplerova temperatura

Frequency comb laser cooling

Abstract

In this thesis, cooling of ^{87}Rb atoms using an optical frequency comb resulting from highly stabilized femtosecond laser radiation was studied. Cooling of atoms was obtained by driving $5^2S_{1/2} (F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2} (F' = 3)$ first resonant electronic transition of ^{87}Rb atom with the single frequency comb line. Temperature of the cold atoms was determined using the time of flight technique. Temperature measurements were performed for various polarization configurations of counter propagating femtosecond laser beams. Temperature dependence of magnetic field and time of interaction with femtosecond laser was also measured. Cooling down to sub-Doppler temperatures was observed, with lowest measured temperature of $66 \mu\text{K}$. According to our knowledge, this represents first experimental realization of sub-Doppler temperatures using optical frequency comb. For comparison with standard laser cooling techniques based on continuous-wave lasers, measurements were repeated using continuous-wave laser instead frequency comb. Well agreed results confirmed possibility of frequency comb laser cooling of atoms. That opens up a number of new possibilities in laser cooling, such as laser cooling of atoms with first resonant transitions in ultraviolet/vacuum ultraviolet spectrum range, where continuous-wave radiation is unavailable.

Keywords: optical frequency comb, femtosecond pulse train, laser cooling, radiation force, magneto-optical trap, rubidium atom, sub-Doppler temperature

Sadržaj

1	Uvod	1
2	Teorijska pozadina	4
2.1	Lasersko hlađenje atoma	4
2.1.1	Optička melasa	4
2.1.2	Magneto-optička stupica	7
2.2	Temperatura u laserom ohlađenim atomskim sustavima	9
2.3	Sub-Dopplerovo hlađenje	11
2.3.1	Lin \perp lin konfiguracija	13
2.3.2	$\sigma^+\sigma^-$ konfiguracija	14
2.4	Optički frekventni češalj	16
2.5	Atom rubidija	20
2.6	Hlađenje optičkim frekventnim češljem	22
3	Eksperimentalni postav	25
3.1	Magneto-optička stupica	25
3.1.1	Vakuumska komora	25
3.1.2	Laserski sistemi	27
3.1.3	Frekventna stabilizacija lasera kontinuirane emisije	31
3.1.4	Magnetsko polje	37
3.2	Optički frekventni češalj	40
3.2.1	Femtosekundni laser	40
3.2.2	Stabilizacija optičkog frekventnog češlja	42
3.3	Hlađenje atoma optičkim frekventnim češljem	45
4	Rezultati	47
4.1	Sila zračenja na atome uslijed interakcije s optičkim frekventnim češljem	49
4.2	Hlađenje atoma optičkim frekventnim češljem	52
4.2.1	Ovisnost hlađenja o polarizaciji femtosekundnih zraka	54
4.2.2	Hlađenje u ovisnosti o vremenu interakcije s femtosekundnim laserom	61
4.2.3	Ovisnost hlađenja o magnetskom polju	62

4.2.4	Ovisnost hlađenja o laseru za naseljavanje	62
4.2.5	Usporedba hlađenja atoma optičkim frekventnim češljem i laserom kontinuirane emisije	65
4.2.6	Hlađenje u ovisnosti o početnoj temperaturi atomskog oblaka . . .	65
5	Zaključak	68

1 Uvod

Lasersko hlađenje dovelo je do revolucionarnog napretka u mnogim područjima atomske i molekulske fizike, te je otvorilo niz potpuno novih područja istraživanja usmjerenih prema budućim kvantnim tehnologijama.

Danas se tehnikama laserskog hlađenja i zarobljavanja atoma vrlo lako postižu temperature u mikrokelvinskom, μK području. Magneto-optička stupica [1], koja koristi lasersko zračenje i magnetsko polje za hlađenje i zarobljavanje atoma, standardno se upotrebljava kao polazišna točka u eksperimentima s hladnim atomskim sustavima.

Niske temperature i duga vremena interakcije, omogućili su vrlo visoku kontrolu i preciznu manipulaciju hladnim atomima, što je rezultiralo razvojem brojnih primjena laserskog hlađenja i zarobljavanja. Testiranje fundamentalnih fizikalnih konstanti, kao što su konstanta fine strukture [2] i gravitacijska konstanta [3], proučavanje hladnih sudara [4] i stvaranje hladnih molekula [5] tek su neke od njih.

Jedna od važnijih primjena hladnih atoma su atomski satovi koji su doveli do inovacija u području frekventnog standarda, globalnog navigacijskog sistema te naprednih komunikacija. Kao primarni vremenski standard danas se koriste hladni atomi cezija u konfiguraciji atomske fontane [6]. Nedavno su razvijeni i optički atomski satovi koji umjesto atomskih prijelaza u mikrovalnom području koriste atomske prijelaze u optičkom dijelu spektra. Najtočniji optički atomski sat radi s hladnim atomima stroncija, te je točniji i do nekoliko redova veličine od satova u konfiguraciji atomskih fontana [7].

Najvažnija primjena laserskog hlađenja i zarobljavanja je stvaranje Bose-Einsteinovog kondenzata (eng. *Bose-Einstein condensate*, BEC) i Fermi degeneriranog plina. Riječ je o ultrahladnim kvantnim sustavima s temperaturama vrlo bliskim apsolutnoj nuli, u području od ~ 10 nK do ~ 100 nK, ovisno o atomu. Hladni atomski sustavi, koji su u magneto-optičkoj stupici ohlađeni na sub-Dopplerove temperature, predstavljaju polazišnu točku u dobivanju ultrahladnih atomskih sustava. Temperature kvantnih prijelaza najčešće se postižu tehnikom evaporativnog hlađenja [9]. Ultrahladni atomski sustavi kao sto su BEC i Fermi degenerirani plin omogućuju direktno proučavanje i testiranje kvantno mehaničkih zakonitosti, stoga su njihove primjene vrlo atraktivne i mnogobrojne. Korištenje ultrahladnih atoma kao kvantnih simulatora za rješavanje problema u fizici čvrstog stanja, jedno je od trenutno najplodnijih područja istraživanja. U navedenim eksperimentima ultrahladni atomi preuzimaju ulogu

valentnih elektrona, a potencijal optičkih rešetki u koje se zarobljavaju ultrahladni atomi predstavlja analagon potencijalu kristalne rešetke. Osim navedenog, korištenje ultrahladnih sustava za kvantno računanje [11] pobuđuje sve veći i veći interes kako akademske zajednice tako i potencijalnih IT kompanija.

Standardno se za eksperimentalne realizacije laserskog hlađenja atoma upotrebljavaju laseri kontinuirane emisije (eng. *continuous wave*, cw) u vidljivom i infracrvenom području valnih duljina. Njihovom se primjenom danas hladi dvadesetak različitih kemijskih elemenata: najviše alkalijski (Li, Na, K, Rb, Cs, Fr) i zemnoalkalijski metali (Mg, Ca, Sr, Ba, Ra), zatim plemeniti plinovi (He*, Ne*, Ar*, Kr, Xe), a u novije vrijeme i neki prijelazni metali (Hg, Ag, Cd, In, Al, Cr, Ga) te atomi rijetkih zemlja (Er, Yb, Dy, Tm).

No, za mnoge atome koji imaju jake elektronske prijelaze u ultraljubičastom/vakuumu ultraljubičastom području (UV/VUV), lasersko hlađenje je teško izvedivo zbog nedostatka cw lasera u tom području. Kao rješenje za lasersko hlađenje tih atoma predložen je frekventni češalj, odnosno niz vremenski jednako razmaknutih ultrakratkih pulseva. Vrlo velike snage ultrakratkih pulseva omogućuju pretvorbu frekvencija u UV/VUV područje preko procesa stvaranja viših harmonika u nelinearnim kristalima. Dakle, frekventnim češljem u vidljivom ili bliskom infracrvenom području procesom stvaranja viših harmonika moguće je generirati ultraljubičasto zračenje za hlađenje atoma koji u tom području imaju jake zatvorene prijelaze. Također, s obzirom da se frekventni češalj sastoji od mnoštva uskih spektralnih linija, koje mogu imati ulogu lasera za naseljavanje koji vraća atome izašle iz ciklusa hlađenja natrag u ciklus, njime je moguće hladiti atome s više valentnih elektrona koji imaju vrlo složenu energijsku strukturu, kao i molekule.

Lasersko hlađenje atoma i molekula frekventnim češljem prvi put je predloženo u radu [12], a predloženi model hlađenja temelji se na dvofotonskoj pobudi. U radovima koji su uslijedili razvijena je teorija za Dopplerovo hlađenje atoma frekventnim češljem, u konfiguraciji jedne [13] i dvije suprotno propagirajuće zrake [14] femtosekundnog lasera. U teorijskim radovima [13, 14] je pokazano da svaka spektralna linija frekventnog češlja djeluje na atom kao nezavisni cw laser, čime se otvorila perspektiva istovremenog hlađenja raznih atoma koristeći samo jedan laser [14].

Prošle godine dvije su istraživačke grupe eksperimentalno potvrdile mogućnost korištenja pulsnih lasera za realizaciju laserskog hlađenja: jedna je demonstrirala Dopplerovo hlađenje frekventnim češljem iona magnezija, Mg^+ jednofotonskom pobudom [15], a druga atoma

rubidija, ^{85}Rb dvofotonskom pobudom [16].

Cilj ovog rada je hlađenje atoma rubidija ^{87}Rb frekventnim češljem putem jednofotonske pobude jakog $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$ rezonantnog prijelaza, te mjerenje i karakterizacija temperature. Polazišna točka za hlađenje optičkim frekventnim češljem je hladni atomski oblak ^{87}Rb stvoren u magneto-optičkoj stupici. Želimo ispitati mogućnost postizanja sub-Dopplerovih temperatura atomskog sustava u interakciji s optičkim frekventnim češljem, što bi u slučaju atoma s jakim zatvorenim prijelazima u UV području otvorilo mogućnost postizanja ultrahladnih sustava kao i njihovih primjena.

2 Teorijska pozadina

Cilj ovog poglavlja je pružiti teorijski okvir eksperimentalnim istraživanjima obuhvaćenim diplomskim radom. Osnovni principi laserskog hlađenja i zarobljavanja objasnit će se koristeći model jednostavnog atoma s dva energijska nivoa u interakciji s kontinuiranim (cw) laserskim zračenjem.

Definirati će se temperatura laserom ohlađenih atomskih sustava, te će se temperature karakteristične za eksperimente s (ultra)hladnim atomima postaviti u međusobne odnose koristeći temperaturnu ljestvicu. Mehanizam hlađenja atoma do sub-Dopplerovskih temperatura bit će objašnjen koristeći prikladne teorijske modele i to za dvije konfiguracije polarizacija suprotno propagirajućih cw lasera.

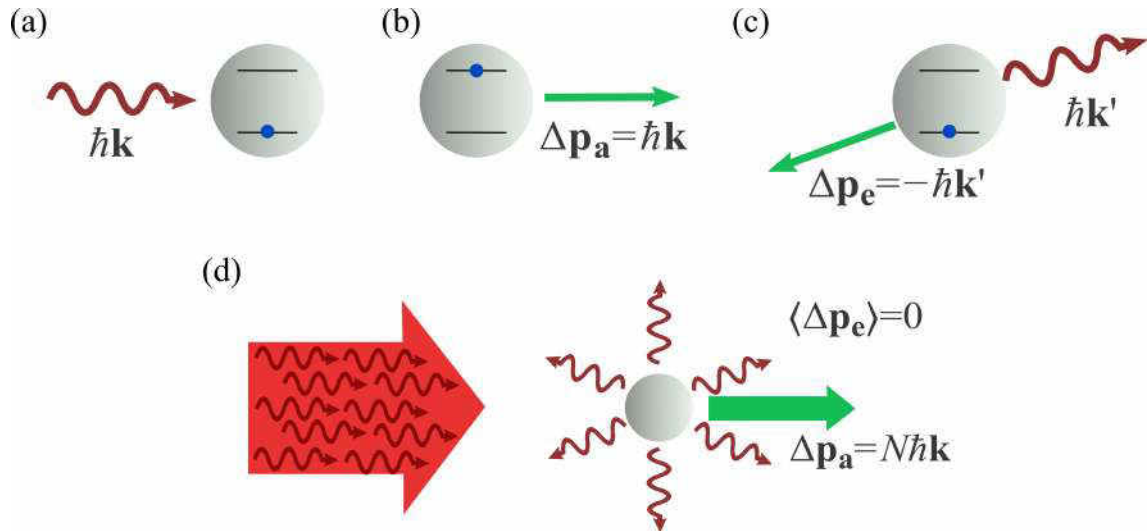
Opisat će se osnovni principi stvaranja femtosekundnih pulseva, kao i osnovne karakteristike optičkog frekventnog češlja u vremenskoj i spektralnoj domeni.

Na kraju poglavlja predstaviti će se atom rubidija, te osnovni teorijski model hlađenja atoma optičkim frekventnim češljem.

2.1 Lasersko hlađenje atoma

2.1.1 Optička melasa

Lasersko hlađenje bazira se na prijenosu impulsa s fotona na atom u ciklusima apsorpcije i spontane emisije. Shematski prikaz principa laserskog hlađenja prikazan je na Slici 2.1. Razmatramo jednostavni atomski sistem s dva energijska nivoa, osnovnim i pobuđenim, u interakciji s kontinuiranim laserskim zračenjem frekvencije ω_L i valnog vektora \vec{k} . Apsorpcijom fotona impulsa $\hbar\vec{k}$ atom prelazi u pobuđeno stanje te, u skladu s zakonom očuvanja količine gibanja, dolazi do promjene impulsa atoma u smjeru propagacije apsorbiranog fotona. Prelaskom u osnovno stanje spontanom emisijom, ponovno dolazi do promjene impulsa atoma, ali u nasumičnom smjeru zbog nasumične prirode procesa spontane emisije. Zbog toga nakon velikog broja ciklusa apsorpcije i spontane emisije, prosječni impuls emitiranih fotona iščezava, a time i promjena impulsa atoma uslijed spontane emisije. Stoga je ukupna promjena impulsa posljedica procesa apsorpcije fotona, te atomi efektivno osjećaju silu u smjeru propagacije laserskog zračenja. Ta sila naziva se sila zračenja (eng. *radiation*



Slika 2.1: (a)-(c) Promjena impulsa atoma u jednom ciklusu apsorpcije i spontane emisije fotona. Promjena impulsa atoma prilikom apsorpcije fotona $\Delta p_a = -\hbar\vec{k}$ u smjeru je suprotnom od smjera propagacije fotona, dok je promjena impulsa uslijed spontane emisije $\Delta p_e = -\hbar\vec{k}'$, $k' = k$ u nasumičnom smjeru. d) Nakon velikog broja N ciklusa apsorpcije i spontane emisije usrednjeni impuls emitiranih fotona jednak je nuli, pa ukupna promjena impulsa atoma dolazi samo od apsorpcije te ima smjer propagacije upadnog laserskog zračenja.

pressure force)¹.

Sila zračenja izvodi se iz modela interakcije atoma s dva energijska nivoa i laserskog zračenja. Detaljan izvod može se naći u literaturi [17] s konačnim izrazom za silu zračenja danu relacijom:

$$\vec{F} = \hbar\vec{k}\Gamma\rho_{ee} = \frac{\hbar\vec{k}\Gamma}{2} \frac{s_0}{1 + s_0 + (2\delta/\Gamma)^2} \quad (2.1)$$

pri čemu je \hbar reducirana Planckova konstanta, Γ prirodna širina linije, $\delta = \omega_L - \omega_0$ pomak frekvencije lasera ω_L od frekvencije prijelaza ω_0 (eng. *detuning*), a $\rho_{ee} = \frac{s_0/2}{1+s_0+(2\delta/\Gamma)^2}$ naseljenost pobuđenog nivoa u stacionarnom stanju. Parametar saturacije s_0 definiran je izrazom $s_0 = \frac{2|\Omega|^2}{\Gamma^2} = \frac{I}{I_S}$, gdje je Ω Rabijska frekvencija, I intenzitet laserske zrake, a I_S saturacijski intenzitet.

S obzirom da je u stacionarnom stanju broj spontano emitiranih fotona u jedinici vremena, $\Gamma\rho_{ee}$ jednak broju apsorbiranih fotona u jedinici vremena, sila zračenja (izraz (2.1)) jednaka je umnošku impulsa prenetog s fotona na atom prilikom procesa apsorpcije, $\hbar k$ i broja apsorbiranih fotona u jedinici vremena.

¹U literaturi se još može naći pod nazivom sila raspršenja (eng. *scattering force*), svjetlosna sila (eng. *light pressure force*) ili disipativna sila (eng. *dissipative force*).

Sila zračenja ima oblik Lorentzijana širine $\Gamma\sqrt{1+s_0}$, a za vrlo velike intenzitete ($s_0 \gg 1$) saturira te poprima maksimalnu vrijednost $\vec{F}_{max} = \hbar\vec{k}\Gamma/2$.

Navedeni izraz za silu zračenja (izraz (2.1)) vrijedi samo za atome koje miruju. Za atome koji se gibaju brzinom \vec{v} frekvencija laserskog zračenja, zbog Dopplerovog efekta, jednaka je $\omega'_L = \omega_L - \vec{k}\vec{v}$. Stoga je u izrazu za silu zračenja (2.1) potrebno izvršiti supstituciju $\delta \rightarrow \delta - \vec{k}\vec{v}$, čime sila zračenja postaje ovisna o brzini atoma. Da bi lasersko zračenje bilo u rezonanciji s atomima koji se gibaju prema njemu, frekvenciju laserskog zračenja potrebno je postaviti na frekvenciju nižu od frekvencije atomskog prijelaza ($\delta = \omega_L - \omega_0 < 0$). Na taj način na atome djeluje sila u smjeru suprotnom od smjera njihovog gibanja, što vodi na smanjenje njihove brzine. S obzirom da se temelji na Dopplerovom efektu, navedeni mehanizam laserskog hlađenja naziva se Dopplerovo hlađenje.

Opisanim mehanizmom smanjuju se brzine atoma čiji je smjer gibanja suprotan smjeru propagacije laserskog zračenja. No, u plinovima se atomi gibaju u različitim smjerovima. Promotrimo slučaj 1D atomskog plina. Da bi smanjili brzine atoma neovisno o smjeru njihovog gibanja, uvode se dvije suprotno propagirajuće laserske zrake valnih brojeva $\pm k$ ($k = \omega_L/c > 0$), čija je frekvencija pomaknuta u crveno u odnosu na frekvenciju atomskog prijelaza ($\delta = \omega_L - \omega_0 < 0$). Time atomi preferirano apsorbiraju upravo ono lasersko zračenje čiji je smjer propagacije suprotan smjeru gibanja atoma.

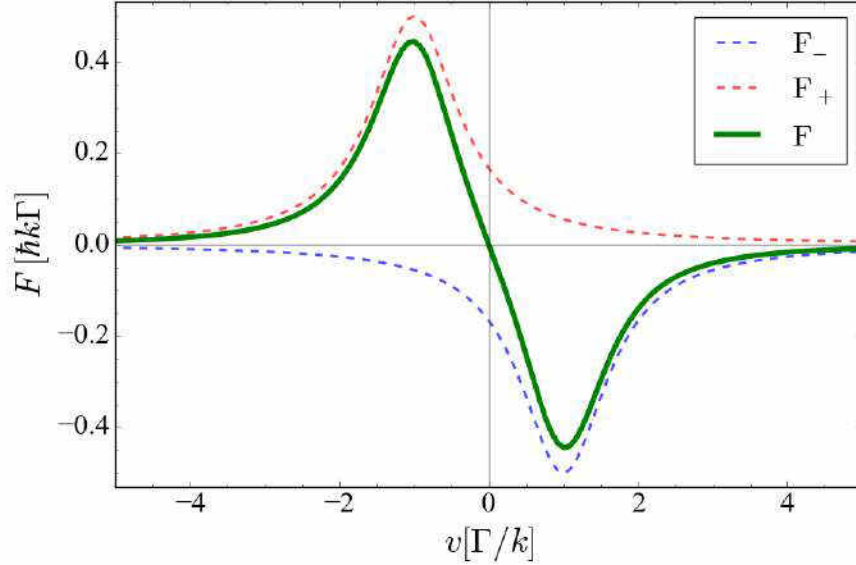
Ukupna sila zračenja na atom jednaka je zbroju sila zračenja pojedinih zraka, $F = F_+ + F_-$. Pri tome je

$$F_{\pm} = \pm \frac{\hbar k \Gamma}{2} \frac{s_0}{1 + s_0 + [2(\delta \mp kv)/\Gamma]^2} \quad (2.2)$$

sila zračenja pojedine laserske zrake valnog broja $\pm k$.

Na Slici 2.2 prikazana je ovisnost sile zračenja o brzini atoma u slučaju jedne i dvije suprotno propagirajuće laserske zrake frekvencija pomaknutih u crveno od atomskog prijelaza ($\delta < 0$). Možemo primijetiti da na atome koji se gibaju pozitivnom brzinom djeluje sila negativnog iznosa, tj. suprotnog smjera, čime dolazi do smanjenja njihove brzine. Za male brzine atoma ($k|v| \ll \delta, \Gamma$) ukupna sila dviju suprotno propagirajućih laserskih zraka proporcionalna je brzini atoma [17]:

$$F = \frac{8\hbar k^2 \delta s_0 v}{\Gamma(1 + s_0 + (2\delta/\Gamma)^2)} = -\beta v, \quad (2.3)$$



Slika 2.2: Ovisnost sile zračenja o brzini atoma za $s_0 = 1$ i $\delta = -\Gamma$. Punom krivuljom prikazana je ukupna sila na atom dviju suprotno propagirajućih laserskih zraka, a crtkanim krivuljama prikazane su sile zračenja pojedinih zraka F_{\pm} .

gdje je $\beta = -\frac{8\hbar k^2 \delta s_0}{\Gamma(1+s_0+(2\delta/\Gamma)^2)}$. Ukoliko je frekvencija lasera manja od frekvencije prijelaza ($\delta < 0$), odnosno koeficijent β pozitivan, ukupna sila djeluje u smjeru suprotnom od smjera brzine gibanja atoma. Takva sila je disipativnog karaktera te je analogna sili koja djeluje na čestice u viskoznom mediju, zbog čega se sistem ohlađenih atoma suprotno propagirajućim laserskim zrakama naziva optička melasa.

2.1.2 Magneto-optička stupica

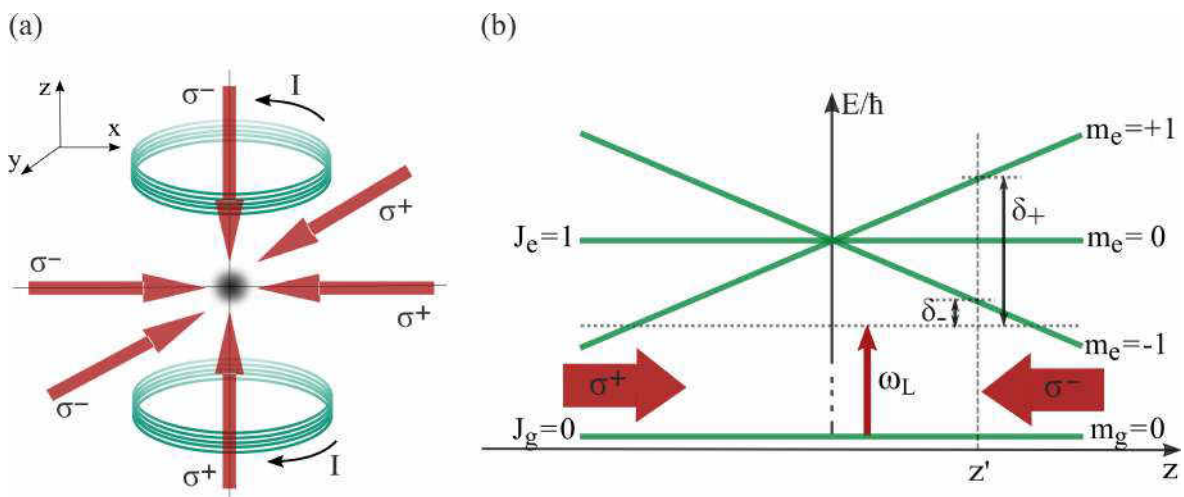
U prethodnom poglavlju objasnili smo kako u optičkoj melasi dolazi do hlađenja atoma. No, ukupna sila hlađenja koju atom osjeća u optičkoj melasi (izraz 2.3) neovisna je o položaju atoma te oni brzo difundiraju iz područja hlađenja. Za postizanje veće gustoće hladnih atoma, atome je potrebno prostorno zatočiti. Prostorno zarobljavanje atoma postiže se primjenom magneto-optičke stupice (eng. *Magneto-Optical Trap*, MOT), odnosno kombinacijom optičke melase i gradijenta magnetskog polja. U ovom poglavlju ukratko ćemo objasniti princip zarobljavanja atoma u MOT-u, dok je detaljan opis dan u literaturi [17].

Na Slici 2.3(a) shematski je prikazana magneto-optička stupica. Uz tri okomita para suprotno propagirajućih laserskih zraka kružnih polarizacija σ^+ i σ^- te frekvencija $\omega_L < \omega_0$, uvodi se nehomogeno magnetsko polje kojeg stvara par zavojnica kojima teče struja u su-

protinom smjeru, tzv. anti-Helmholtz konfiguracija. Stvoreno magnetsko polje ima vrijednost nula u centru stupice s konstantnim gradijentom za male udaljenosti od centra stupice.

Na Slici 2.3(b) shematski je prikazan princip zarobljavanja atoma u MOT-u u 1D slučaju na primjeru atoma s osnovnim $J_g = 0$ i pobuđenim $J_e = 1$ stanjem. Pobuđeno stanje ima tri magnetska podnivoa $m_e = 0, \pm 1$. U prisustvu nehomogenog magnetskog polja $B(z) = Az$ konstantnog gradijenta $A = \partial B / \partial z$, dolazi do Zeemanovog efekta, odnosno uklanjanja degeneracije podnivoa pri čemu je energija cijepanja linearno ovisna o položaju atoma od centra stupice z . Na položaju z' frekventni pomak δ_- manji je od pomaka δ_+ , gdje je δ_{\pm} pomak frekvencije laserskog zračenja ω_L od frekvencije prijelaza $m_g = 0 \rightarrow m_e = \pm 1$. Budući da kružno polarizirana σ^+ (σ^-) laserska zraka uzrokuje prijelaze za koje vrijedi $\Delta m = m_e - m_g = +1$ ($\Delta m = -1$), atomi na položaju z' više apsorbiraju σ^- , nego σ^+ kružno polarizirano lasersko zračenje i prema tome efektivno osjećaju silu koja ih gura prema centru stupice gdje je magnetsko polje nula. Analogno se događa na drugoj strani stupice, na položaju $-z'$ gdje su atomi bliže rezonanciji sa σ^+ laserskim zračenjem.

Ukupni frekventni pomak laserskog zračenja valnog broja $\pm k$ u MOT-u iznosi $\delta \mp kv \pm \frac{\mu'}{\hbar} \frac{\partial B}{\partial z} z$ [17]. Član $\frac{\mu'}{\hbar} \frac{\partial B}{\partial z} z$ opisuje Zeemanov pomak energija magnetskih podnivoa atoma, pri čemu je $\mu' = (g_e m_e - g_g m_g) \mu_B$ efektivni magnetski moment prijelaza, μ_B Bohrov magneton,



Slika 2.3: a) Konfiguracija MOT-a s tri para kružno polariziranih laserskih zraka te anti-Helmholtz zavojnicama koje stvaraju kvadrupolno magnetsko polje. b) Princip zarobljavanja atoma s osnovnim, $J_g = 0$ i pobuđenim, $J_e = 1$ stanjem u 1D MOT-u. Magnetsko polje uzrokuje Zeemanovo cijepanje koje je linearno ovisno o položaju atoma od centra stupice z pa su atomi u $z = z'$ položaju bliže rezonanciji s σ^- , nego σ^+ kružno polariziranom zrakom i prema tome osjećaju silu koja ih gura prema centru stupice.

a $g_{g(e)}$ Landéov faktor osnovnog (pobuđenog) stanja. Ukupna sila na atom u MOT-u jednaka je zbroju sila pojedinih laserskih zraka koje su dane izrazom 2.2 uz supstituciju $\delta \mp kv \rightarrow \delta \mp kv \pm \frac{\mu'}{\hbar} \frac{\partial B}{\partial z} z$. Time je ukupna sila na atome, uz ovisnost o njihovoj brzini, ovisna i o njihovom položaju. U režimu malih brzina i malih udaljenosti od centra stupice ($k|v|$, $\mu' A|z|/\hbar \ll \delta$, Γ) ukupna sila na atom u magneto-optičkoj stupici ima oblik sile gušenog harmoničkog oscilatora [17]:

$$F = -\beta v - \kappa z, \quad (2.4)$$

gdje je koeficijent gušenja β dan izrazom (2.3), a $\kappa = \frac{\mu'}{\hbar k} \frac{\partial B}{\partial z} \beta$ konstanta opruge stupice. Prema tome, u magneto-optičkoj stupici atomi osjećaju silu koja smanjuje njihovu brzinu, te ih gura prema centru stupice, odnosno prostorno zarobljava.

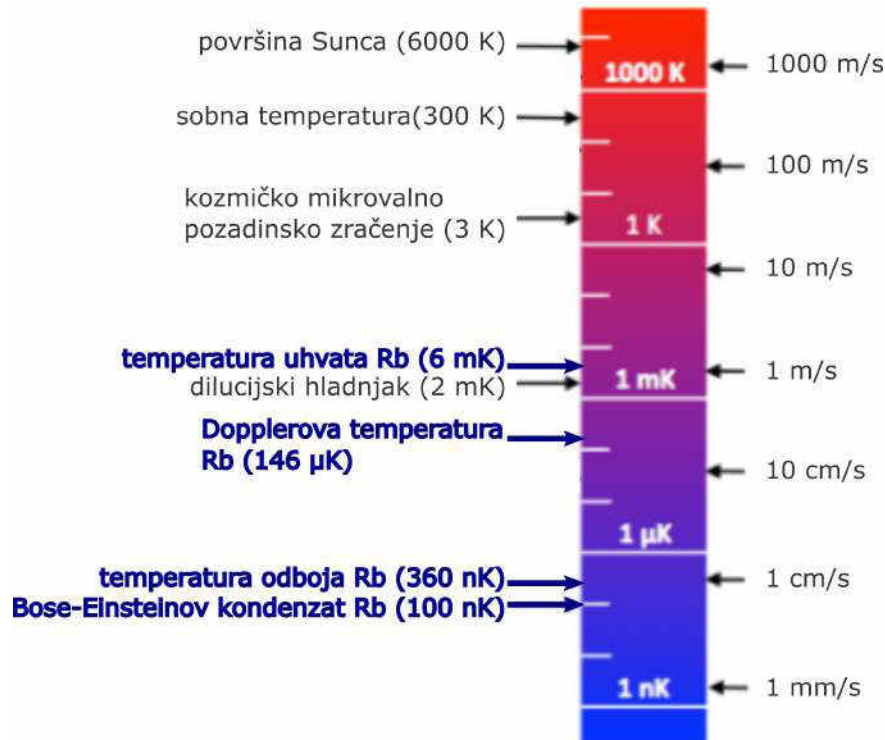
2.2 Temperatura u laserom ohlađenim atomskim sustavima

U termodinamici je temperatura definirana kao parametar stanja zatvorenog sustava koji je u termalnoj ravnoteži sa okolinom. Takva definicija temperature zahtijeva postojanje termalnog kontakta, tj. izmjene topline sustava i okoline. Budući da atomi konstantno apsorbiraju i spontano emitiraju svjetlost, laserom ohlađeni atomski sustav ne može biti u termalnoj ravnoteži s okolinom pa tom sustavu ne možemo pridijeliti termodinamičku definiciju temperature. No, laserom ohlađeni atomski sustav možemo promatrati kao klasični idealni plin u kojem je raspodjela brzina atoma dana Maxwell-Boltzmannovom distribucijom. Da je raspodjela brzina atoma u tom hladnom atomskom sustavu doista Maxwell-Boltzmannova, može se pokazati rješavanjem Fokker-Planckove jednadžbe, čiji se detaljan izvod može naći u literaturi [17]. Preko ekviparticijskog teorema, temperatura idealnog plina povezana je s prosječnom kinetičkom energijom atoma $\langle E_K \rangle$ po stupnju slobode. Stoga temperaturu laserom ohlađenog atomskog sustava T možemo u 1D slučaju definirati kao:

$$\frac{1}{2} k_B T = \langle E_K \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle, \quad (2.5)$$

pri čemu je k_B Boltzmannova konstanta, m masa atoma, a $\langle v^2 \rangle$ prosječna kvadratna brzina atoma. Prema tome, smanjivanjem kinetičke energije atoma laserskim hlađenjem, smanjujemo njihovu temperaturu.

Navedimo nekoliko temperatura karakterističnih za laserom ohlađen atomski sustav. Te



Slika 2.4: Temperature karakteristične za lasersko hlađenje uz još neke specifične temperature. Temperature su prikazane na logaritamskoj skali. Prikazane su i prosječne brzine atoma karakteristične za pojedine temperature.

temperature su u slučaju atoma rubidija prikazane na temperaturnoj skali na Slici (2.4).

Najviša temperatura specifična za lasersko hlađenje povezana je s energijom atoma koji posjeduju maksimalnu brzinu uz koju mogu biti ohlađeni usmjerenom apsorpcijom laserskog zračenja. Ta brzina se naziva brzina uhvata (eng. *capture velocity*), te je definirana kao: $v_c = \Gamma/k$, pri čemu je Γ prirodna širina atomskog prijelaza, a k valni broj laserskog zračenja. Prema izrazu (2.5), odgovarajuća temperatura je dana sa:

$$k_B T_c = \frac{m\Gamma^2}{k^2}. \quad (2.6)$$

Za atom ^{87}Rb iznosi $T_c \approx 6 \text{ mK}$.

Sljedeća temperatura koju ćemo spomenuti je Dopplerova temperatura koja predstavlja minimalnu temperaturu koja se može postići principom Dopplerovog hlađenja. Iako izraz za silu (2.3) implicira da će se atom zaustaviti za dovoljno dugo vrijeme interakcije s laserskim zračenjem, difuzno grijanje postavlja donju granicu na temperaturu atoma u optičkoj melasi. Difuzno grijanje ima dva doprinosa. Jedan doprinos je posljedica nasumične prirode procesa

spontane emisije uslijed koje atom vrši nasumičan hod u impulsnom prostoru, dok je drugi doprinos posljedica fluktuacija u broju apsorbiranih fotona, kao što je objašnjeno u literaturi [18]. U stacionarnom stanju sustava uspostavljena je ravnoteža između procesa grijanja i hlađenja, te se sustav može ohladiti do konačne temperature, tj. Dopplerove temperature dane je izrazom [17]:

$$T_D = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B}. \quad (2.7)$$

Za atom ^{87}Rb iznosi $T_D = 146 \mu\text{K}$.

Moguće je postići i temperature niže od Dopplerove temperature. To se postiže mehanizima sub-Dopplerovog hlađenja o čemu će biti riječ u sljedećem poglavlju.

Prilikom jednog procesa apsorpcije ili spontane emisije fotona, atomima se promijeni brzina za $v_{rec} = \hbar k/m$. Navedena brzina se naziva brzina odboja (eng. *recoil velocity*), dok se odgovarajuća promjena energije uslijed procesa apsorpcije ili spontane emisije naziva energija odboja. Temperatura povezana sa energijom odboja dana je relacijom:

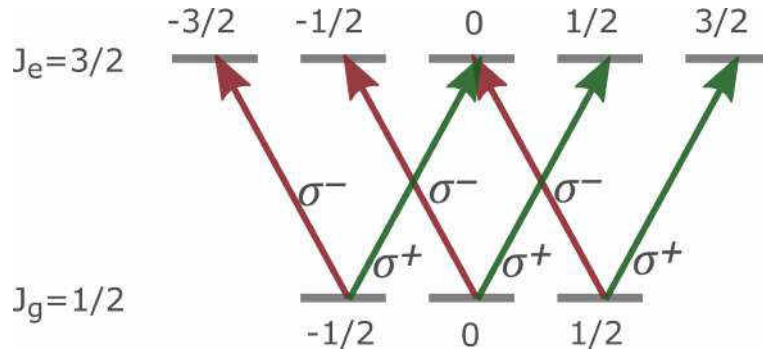
$$k_B T_{rec} = \frac{\hbar^2 k^2}{m}. \quad (2.8)$$

Za atom ^{87}Rb temperatura odboja iznosi $T_{rec} = 360 \text{ nK}$. Iako se T_{rec} smatra donjom temperaturnom granicom u laserskom hlađenju, moguće je postići niže temperature tzv. *sub-recoil* tehnikama [18]. Također, tehnikom evaporativnog hlađenja selektivnim uklanjanjem visoko energetskih atoma iz stupice [17] postiže se Bose-Einsteinov kondenzat (BEC), a najniža temperatura ikad izmjerena postignuta je u natrijevom BEC-u te iznosi 450 pK [19].

2.3 Sub-Dopplerovo hlađenje

Prve izmjerene temperature u 3D optičkoj melasi bile su u suglasnosti s Dopplerovom granicom [22]. Primjenom preciznije balističke metode za mjerenje temperature hladnih atoma natrija, Lettova grupa je prvi puta opazila temperature daleko ispod Dopplerove temperature [23]. Zbog neočekivanih rezultata, mjerenja temperature za atome natrija u optičkoj melasi ponovila su se korištenjem nekoliko različitih metoda, koje su potvrdile prvotne rezultate.

Opažanja temperature atoma ispod Dopplerove granice, upućivala su na postojanje složenog mehanizma hlađenja koji proizlazi iz realnih atomskih stanja s mnoštvom energijskih pod-



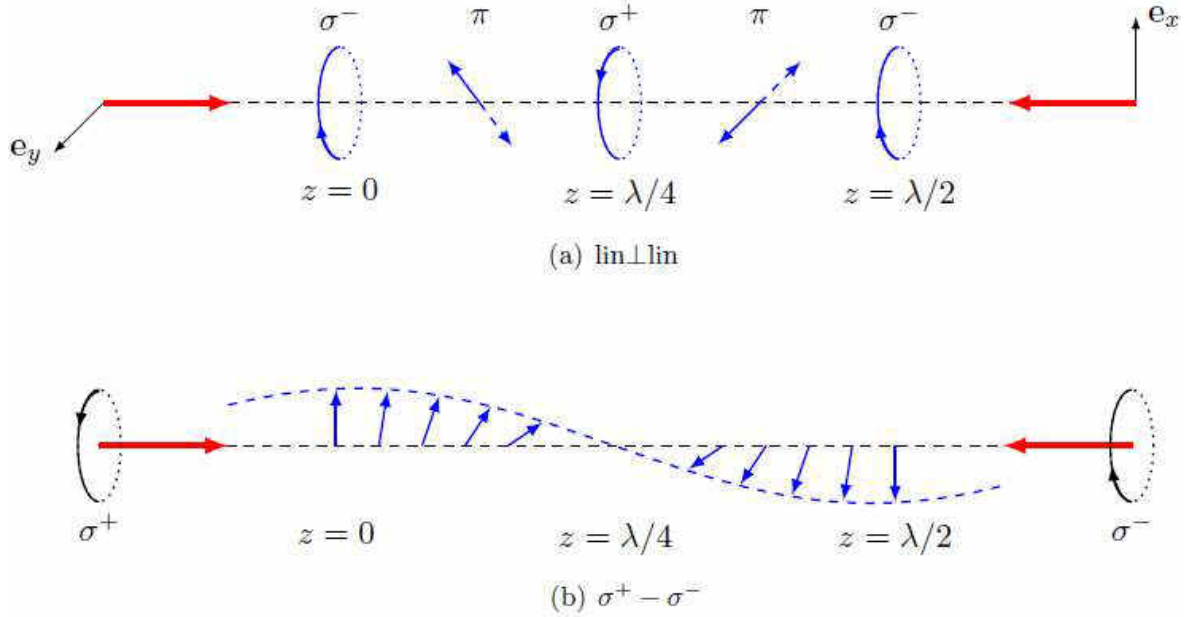
Slika 2.5: Zeemanova struktura $J_g = 1/2$ i $J_e = 3/2$ stanja atoma s karakterističnim σ^+ i σ^- prijelazima.

nivoa (npr. hiperfina, Zeemanova struktura). Novi teorijski modeli [24, 25, 26] i eksperimentalna mjerenja [27] koja su uslijedila pokazala su da se mehanizam hlađenja odgovoran za temperature ispod Dopplerove temperature, tzv. sub-Dopplerove temperature, temelji na kombinaciji nekoliko efekata kao što su optičko pumpanje i pomak energija atomskih podnivoa u interakciji s električnim poljem laserskih zraka (eng. *light shift*)

U ovom poglavlju spomenuti ćemo mehanizme sub-Dopplerovog hlađenja koja se temelje na gradijentu polarizacije u režimu niskih intenziteta. U jednostavnom slučaju 1D optičkih melasa, uobičajena su dva tipa polarizacijskog gradijenta s obzirom na polarizaciju suprotno propagirajućih zraka i svaki od njih vodi na drugačiji mehanizam hlađenja [17, 18]. Prvi tip polarizacijskog gradijenta pojavljuje se u $\text{lin} \perp \text{lin}$ konfiguraciji, a drugi u $\sigma^+ \sigma^-$ konfiguraciji, koja se uobičajeno upotrebljava za realizaciju magneto-optičke stupice.

Bitan proces sub-Dopplerovog mehanizma hlađenja je proces optičkog pumpanja. Da bi objasnili taj proces, promotrimo atome osnovnog stanja $J_g = 1/2$ s magnetskim podnivoima $m_g = -1/2, 1/2$ i pobuđenog $J_e = 3/2$ s $m_e = -3/2, \dots, 3/2$, kao što je prikazano na Slici 2.5. Pretpostavljamo da je prije interakcije s zračenjem, naseljenost magnetskih podnivoa osnovnog stanja, m_g ravnomjerna. Svjetlost σ^\pm kružne polarizacije pobuđuje prijelaze za koje vrijedi $\Delta m = m_e - m_g = \pm 1$, dok za relaksaciju atoma u osnovno stanje vrijedi $\Delta m = 0, \pm 1$. Za dovoljno dugo vrijeme interakcije svjetlosti i atoma, vjerojatnost nalaženja atoma u $m_g = +1/2$ stanju (u slučaju pobude zračenjem σ^+ polarizacije), odnosno u $m_g = -1/2$ (u slučaju pobude zračenjem σ^- polarizacije) će biti najveća. Dakle, atomi u interakciji sa σ^\pm zračenjem su optički pumpani u $m_g = \pm 1/2$ stanje.

Za mehanizam hlađenja koji se postiže $\text{lin} \perp \text{lin}$ konfiguracijom ključan je i pomak ener-



Slika 2.6: Dva tipa polarizacijskog gradijenta u 1D optičkim melasama ostvoreni a) lin⊥lin konfiguracijom i b) $\sigma^+\sigma^-$ konfiguracijom. Preuzeto iz [18].

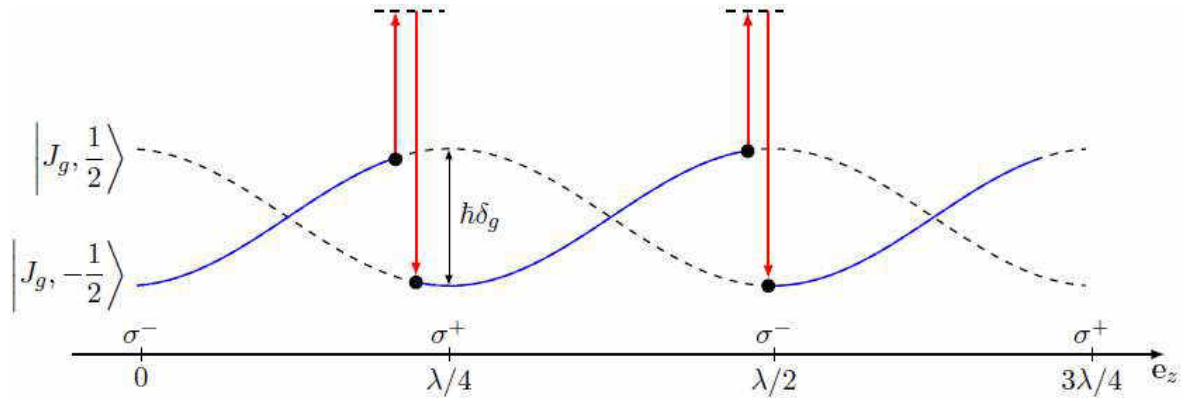
gija atomskih nivoa uzrokovan AC Stark efektom zbog interakcije električnog polja laserske svjetlosti i atoma (*light shift*). U granici niskih intenziteta, taj energijski pomak magnetskih podnivoa osnovnog stanja atoma, u interakciji s dvije laserske zrake svake intenziteta $s_0 I_s$, iznosi [17, 18]:

$$\hbar\delta_{m_g} = \frac{\hbar\delta s_0 C_{m_g m_e}^2}{1 + (2\delta/\Gamma)^2}, \quad (2.9)$$

pri čemu je $C_{m_g m_e}$ Clebsh-Gordanov koeficijent koji opisuje vezanje između atoma i polja laserske svjetlosti. Kako $C_{m_g m_e}$ ovisi o magnetskim kvantnim brojevima m i o polarizaciji laserskog polja, energijski pomaci će se razlikovati za različita polarizacijska stanja i različite magnetske podnivoje atoma.

2.3.1 Lin⊥lin konfiguracija

U lin⊥lin konfiguraciji suprotno propagirajuće laserske zrake imaju međusobno okomite linearne polarizacije. Rezultat njihove superpozicije je električno polje čija se polarizacija mijenja od σ^- kružne do linearne π , σ^+ kružne, za 90° zakrenute linearne π pa ponovno σ^- kružne i to u pola valne duljine (Slika 2.6(a)). Budući da energijski pomak magnetskih podnivoa atoma (*light shift*) ovisi o polarizaciji svjetlosti s kojom međudjeluje, ener-



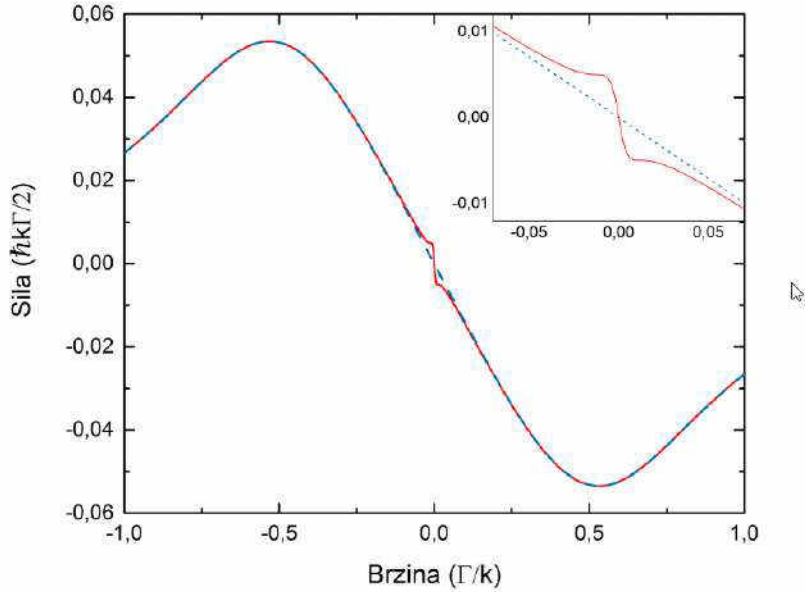
Slika 2.7: Mehanizam Sizifovog hlađenja: atom koji se penje uz potencijalno brdo, čime gubi kinetičku energiju, optičkim pumpanjem prelazi u stanje niže energije u kojem se ponovno penje uz brdo gubeći kinetičku energiju. Preuzeto iz [18].

gijski pomaci se u električnom polju suprotno propagirajućih zraka u $\text{lin}\perp\text{lin}$ konfiguraciji ($\delta = \omega_L - \omega_{ge} < 0$) mijenjaju shodno promijeni polarizacijskog stanja ukupnog električnog polja. Na Slici 2.7 prikazani su energijski pomaci $m_g = \pm 1/2$ podnivoa atoma osnovnog $J_g = 1/2$ stanja. Promotrimo atom u $m_g = -1/2$ stanju na položaju gdje je lasersko zračenje σ^- kružno polarizirano. Atom će se prilikom gibanja penjati uz potencijalno brdo i time gubiti kinetičku energiju jer se penjanjem uz brdo atomima povećava potencijalna energija na uštrb kinetičke. Ukoliko je brzina atoma v mala, atomi adijabatski slijede potencijal. Na vrhu brda na položaju $z = \lambda/4$, gdje su u interakciji sa σ^+ kružno polariziranim zračenjem, postoji najveća vjerojatnost da budu optički pumpani u $m_g = +1/2$ stanje u kojem su ponovno prisiljeni na penjanje uz brdo. Dakle, energijskim pomakom (*light shift*) koji se periodički prostorno mijenja s polarizacijskim stanjem ukupnog električnog polja i optičkim pumpanjem, kinetička energija atoma se postupno smanjuje sve dok ne postane preniska za penjanje na sljedeće brdo. Ovaj mehanizam hlađenja se naziva Sizifovo hlađenje. Ravnotežna temperatura u režimu niskih intenziteta ovog mehanizma hlađenja dana je izrazom [18]:

$$T_{\text{sub-Doppler}} \sim \frac{\hbar\delta_g}{k_B} = \frac{1}{k_B} \frac{\hbar\Omega^2|\delta|}{4\delta^2 + \Gamma^2}. \quad (2.10)$$

2.3.2 $\sigma^+\sigma^-$ konfiguracija

Spomenuta druga konfiguracija laserskih zraka je $\sigma^+\sigma^-$ konfiguracija, koja se uobičajeno upotrebljava za realizaciju MOT-a. Stoga je mehanizam hlađenja koji se temelji na ovom tipu



Slika 2.8: Ukupna sila zračenja na atom dviju suprotno propagirajućih zraka u ovisnosti o brzini u Dopplerovom modelu (plava crtkana linija), kao i u sub-Dopplerovom modelu (crvena puna linija). Preuzeto iz [29].

polarizacijskog gradijenta odgovoran za dobivanje sub-Dopplerovih temperatura u MOT-u. Ukratko ćemo objasniti na čemu se temelji ovaj mehanizam hlađenja, dok je detaljno objašnjenje dano u radu [28].

Ukupno električno polje dviju suprotno propagirajućih zraka u $\sigma^+\sigma^-$ konfiguraciji je konstantne amplitude i linearne polarizacije koja rotira kroz kut 2π unutar jedne valne duljine (Slika 2.6(b)). Atomima koji se gibaju kroz polje rotirajuće polarizacije, rotira i os kvantizacije i da bi slijedili tu promjenu moraju biti optički pumpani u odgovarajuća m_g stanja. Za dovoljno duga vremena optičkog pumpanja, atomski odgovor kasni za promjenom osi kvantizacije što rezultira neravnotežnom naseljenošću magnetskih podnivoa. Ta neravnoteža vodi na preferiranu apsorpciju fotona one zrake čiji je smjer propagacije suprotan smjeru gibanja atoma. Valja istaknuti, iako i kod Dopplerovog hlađenja preferirana apsorpcija suprotno propagirajuće zrake vodi na hlađenje, uzrok tih dvaju mehanizama je različit. Dopplerovo hlađenje se temelji na Dopplerovom efektu, dok je ovaj mehanizam sub-Dopplerovog hlađenja posljedica nejednolike naseljenosti magnetskih podnivoa osnovnog stanja.

Na Slici 2.8 prikazana je ukupna sila zračenja na atom dviju suprotno propagirajućih zraka u ovisnosti o brzini u Dopplerovom modelu, kao i u sub-Dopplerovom modelu. Razlika između tih sila se uočava u području malih brzina atoma gdje je nagib sub-Dopplerove sile

puno veći od nagiba Dopplerove sile zračenja pa je prema tome i hlađenje efikasnije.

2.4 Optički frekventni češalj

Optički frekventni češalj je spektar niza međusobno jednako vremenski razmaknutih femtosekundnih laserskih pulseva. U ovom poglavlju objasniti ćemo osnovni princip generiranja ultrakratkih laserskih pulseva i frekventnog češlja te promotriti njihove karakteristike.

Za stvaranje ultrakratkih, femtosekundnih laserskih pulseva standardno se primijenjuje tehnika sprežanja modova (eng. *mode-locking*). Sprežanje modova bazira se na stvaranju konstantnog faznog odnosa između longitudinalnih modova laserskog rezonatora što u vremenskoj domeni znači da u jednoj točki prostora svi modovi konstruktivno interferiraju stvarajući snažan i kratak puls svjetlosti (Slika 2.9).

Longitudinalni modovi u laserskom rezonatoru zadovoljavaju uvjet stojnog vala:

$$\nu_m = \frac{mc}{2nL}, \quad (2.11)$$

gdje je ν_m frekvencija m -tog moda, c/n brzina svjetlosti u mediju indeksa loma n , a L duljina rezonatorske šupljine lasera. Broj modova koji mogu simultano oscilirati u rezonatoru, ovisi o širini emisijskog spektra medija u kojem se događa laserska akcija (eng. *gain bandwidth*) $\delta\nu_g$ i razmaku između pojedinih modova $\Delta = \nu_{m+1} - \nu_m = c/2nL$ (Slika 2.10), te u slučaju snažnog pumpanja aktivnog medija njihov broj aproksimativno iznosi $\delta\nu_g/\Delta$. Kao što ćemo vidjeti u nastavku, za stvaranje ultrakratkih pulseva potreban je veliki broj modova (reda veličine $\sim 10^6$) pa prema tome i aktivni medij sa širokim emisijskim spektrom.

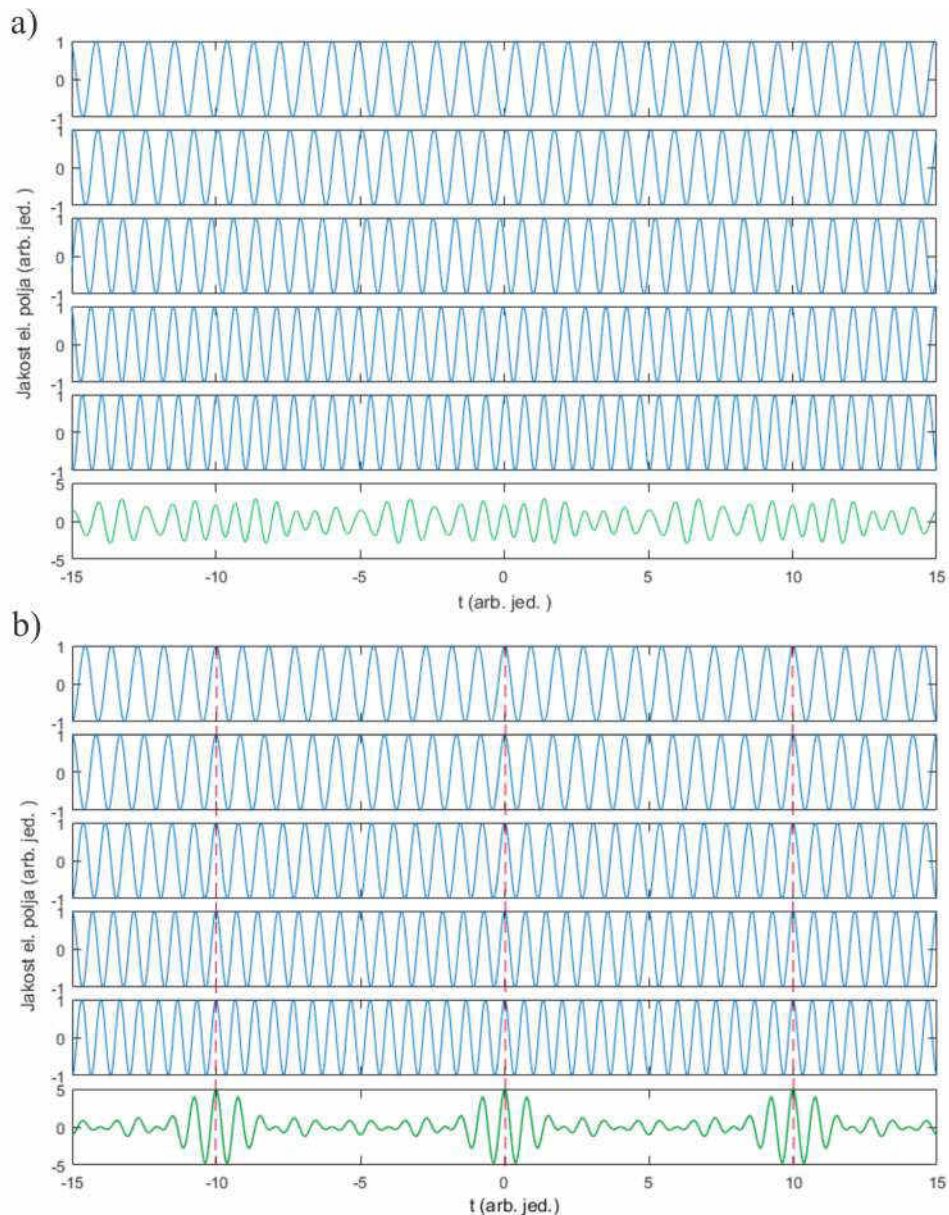
Električno polje lasera koje oscilira u M uzastopnih longitudinalnih modova frekvencije $\omega_m = 2\pi\nu_m = \omega_c + 2\pi m\Delta$ i amplitude $\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_0$ na određenom položaju u prostoru možemo zapisati kao:

$$\tilde{E}(t) = \sum_m \mathcal{E}_m e^{i(\omega_m t + \phi_m)} = \mathcal{E}_0 e^{i\omega_c t} \sum_{m=-(M-1)/2}^{m=(M+1)/2} e^{i(2m\pi\Delta t + \phi_m)}, \quad (2.12)$$

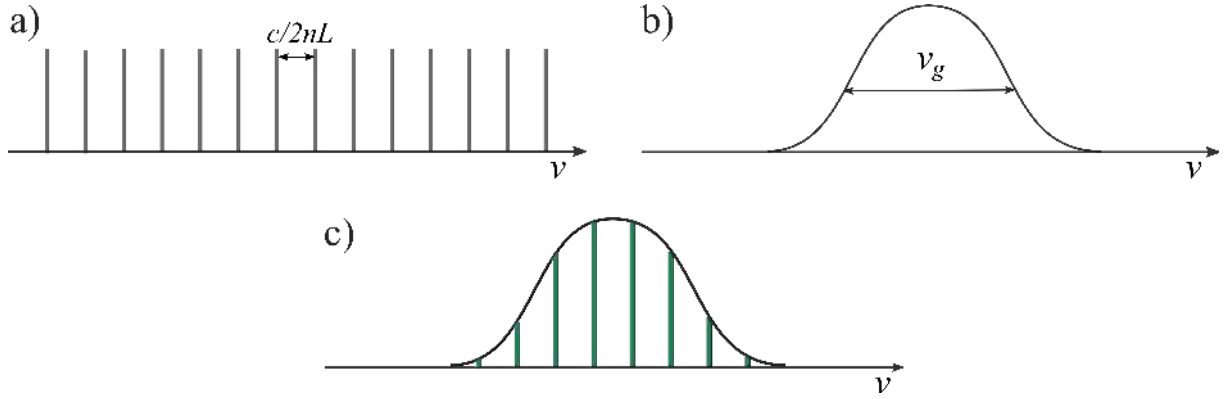
gdje je ϕ_m faza m -tog moda, a ω_c centralna frekvencija. U slučaju kada svi modovi imaju istu fazu $\phi_m = \phi_0$, tj. u slučaju sprežanja modova ukupno električno polje iznosi [31]:

$$\tilde{E}(t) = \tilde{\mathcal{E}}(t) e^{i\omega_c t} = \mathcal{E}_0 e^{i\phi_0} \frac{\sin(M\pi\Delta t)}{\sin(\pi\Delta t)} e^{i\omega_c t}, \quad (2.13)$$

što za veliki broj spregnutih modova M daje niz pulseva međusobno vremenski razmaknutih za $T_R = 1/\Delta = 2nL/c$, a trajanje pulseva aproksimativno iznosi $\tau_p \approx 1/M\Delta$. Dakle, period repeticije pulseva T_R je određen duljinom rezonatorske šupljine, a trajanje pulseva τ_p je kraće što je veći broj spregnutih modova. Omjer T_R/τ_p daje približan broj spregnutih modova laserskog rezonatora. Femtosekundni laser kojeg koristimo u eksperimentu generira pulseve trajanja $\tau_p \approx 200$ fs čija je frekvencija repeticije $f_R = 1/T_R = 80.53$ MHz, što daje



Slika 2.9: Električno polje u vremenskoj domeni pet longitudinalnih modova laserskog rezonatora a) različitih nasumičnih i b) istih konstantnih faza. Električno polje pojedinih modova označeno je plavom bojom, a ukupno polje zelenom. Crvenom crtkanom linijom naznačeni su vremenski trenuci kada su svi longitudinalni modovi u fazi.



Slika 2.10: a) Longitudinalni modovi u rezonatorskoj šupljini. b) Emisijski spektar aktivnog medija lasera. c) Longitudinalni modovi koji mogu simultano oscilirati određeni su širinom emisijskog spektra laserskog medija.

$\sim 6.5 \cdot 10^5$ spregnutih modova.

Više o samim tehnikama sprezanja modova može se naći u literaturi [30, 31].

Električno polje niza pulseva koji su međusobno razmaknuti u vremenu za T_R možemo zapisati na način pogodniji za računanje [31]:

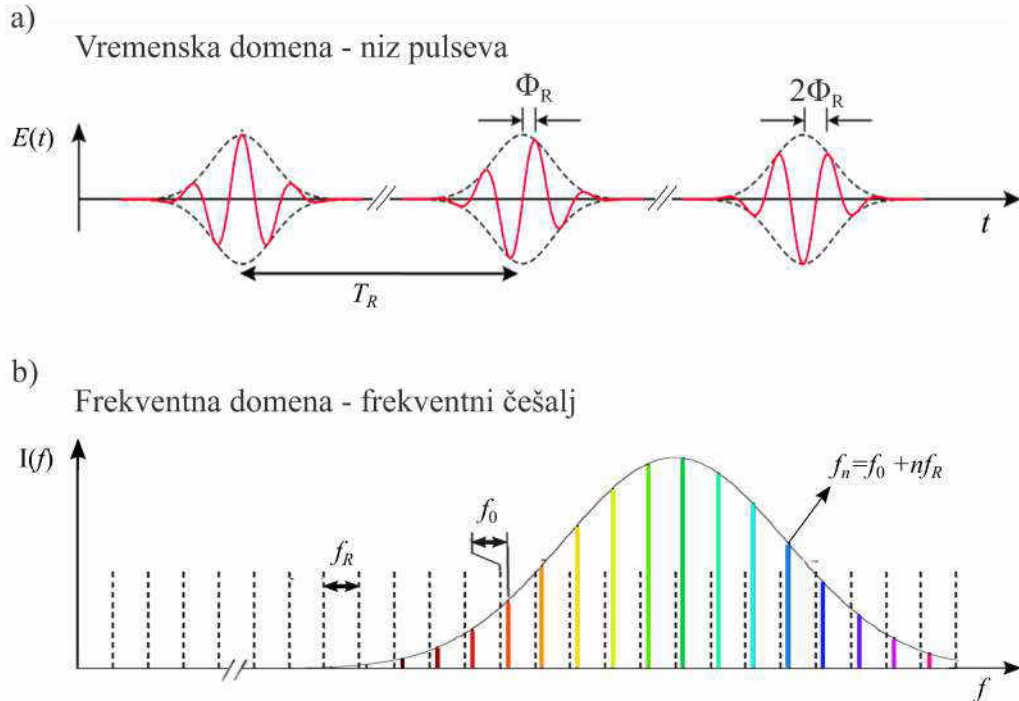
$$\tilde{E}(t) = \sum_{m=1}^{m_{uk}} \mathcal{E}(t - mT_R) e^{i\omega_c(t - mT_R)} e^{im\Phi_R}, \quad (2.14)$$

gdje je $\mathcal{E}(t)$ ovojnica (eng. *envelope*) električnog polja pulsa, ω_c frekvencija vala nosioca, tj. centralna frekvencija spregnutih modova, Φ_R fazni pomak vala nosioca i ovojnice za svaki sljedeći puls (eng. *carrier-envelope phase offset*) (Slika 2.11), m redni broj pulsa, a m_{uk} ukupni broj pulseva u nizu. Fazni pomak Φ_R je posljedica propagiranja ovojnice i vala nosioca pulsa različitim brzinama u disperzivnom mediju indeksa loma $n(\omega)$ u laserskom rezonatoru. Val nosioc se propagira faznom brzinom $v_f = c/n(\omega)$, a ovojnica električnog polja pulsa grupnom brzinom $v_g = c/(n(\omega) + \omega \frac{dn(\omega)}{d\omega})$. Za svaki sljedeći puls faza između vala nosioca i ovojnice pulsa je veća za Φ_R pa za m -ti puls iznosi $m\Phi_R$.

Fourierov transformat polja $E(t)$ daje frekventni spektar niza pulseva [32]:

$$\tilde{E}(\omega) = \tilde{\mathcal{E}}(\omega - \omega_c) \sum_m e^{-im(\omega T_R - \Phi_R)}, \quad (2.15)$$

gdje je $\tilde{\mathcal{E}}(\omega - \omega_c)$ Fourierov transformat ovojnice električnog polja pulsa u vremenskoj domeni, tj. spektralna ovojnica centralne frekvencije ω_c . Iz oscilatornog člana tog izraza



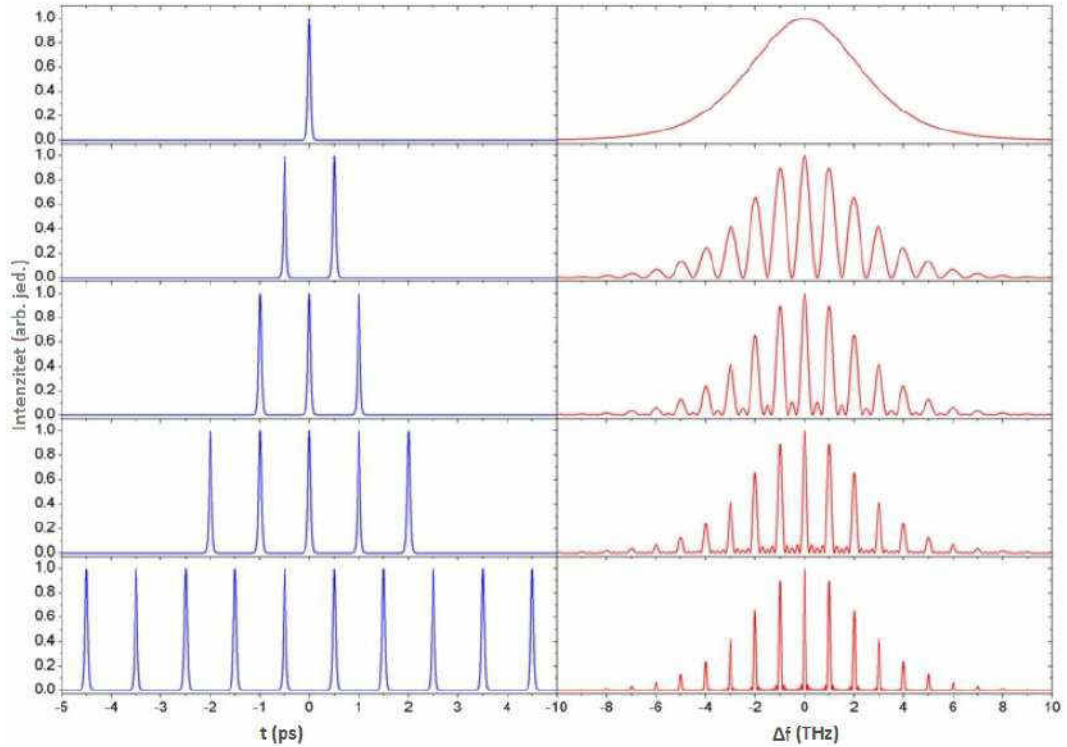
Slika 2.11: a) Vremenska domena niza pulseva s periodom repeticije T_R i faznim pomakom između vala nosioca (crvena linija) i ovojnice električnog pulsa (crtkana linija) uzastopnih pulseva $\Delta\phi$. b) Frekventna domena niza pulseva. Modovi frekventnog češlja frekvencije repeticije f_R i frekvencije pomaka f_0 prikazani su punim linijama različitih boja čime je naznačeno je da obuhvaćaju široko područje frekvencija. Crtkane linije prikazuju longitudinalne modove laserskog rezonatora u idealnom slučaju kada nema disperzije, tj. indeks loma laserskog medija n ne ovisi o frekvenciji.

zaključujemo da se spektar sastoji od mnoštva uskih spektralnih linija koje se nalaze na frekvencijama za koje se faze uzastopnih pulseva zbrajaju koherentno, odnosno za koje vrijedi $\omega T_R - \Phi_R = 2n\pi$. Dakle, niz ultrakratkih pulseva s periodom repeticije T_R u frekventnoj domeni čini mnoštvo uskih spektralnih linija frekvencija $\omega_n = 2\pi n/T_R + \Phi_R/T_R$ (Slika 2.11). Takav se spektar naziva optički frekventni češalj (eng. *optical frequency comb*). Na Slici (2.12) možemo uočiti da, ukoliko promatramo samo jedan puls u frekventnoj domeni, dobivamo široki spektar, dok se u spektru niza pulseva pojavljuju uske linije, tj. modovi frekventnog češlja. Što je veći broj pulseva u nizu, to su pojedine spektralne linije uže.

Frekvencije n -tog moda frekventnog češlja f_n možemo zapisati kao:

$$f_n = n f_R + f_0, \quad (2.16)$$

gdje je $f_R = 1/T_R$ frekvencija repeticije pulseva, odnosno razmak između spektralnih linija



Slika 2.12: Vremenska i spektralna domena niza od 1, 3, 5, i 10 femtosekundnih pulseva trajanja $\tau_p = 60$ fs i frekvencije repeticije $f_R = 1$ THz. Preuzeto iz [33].

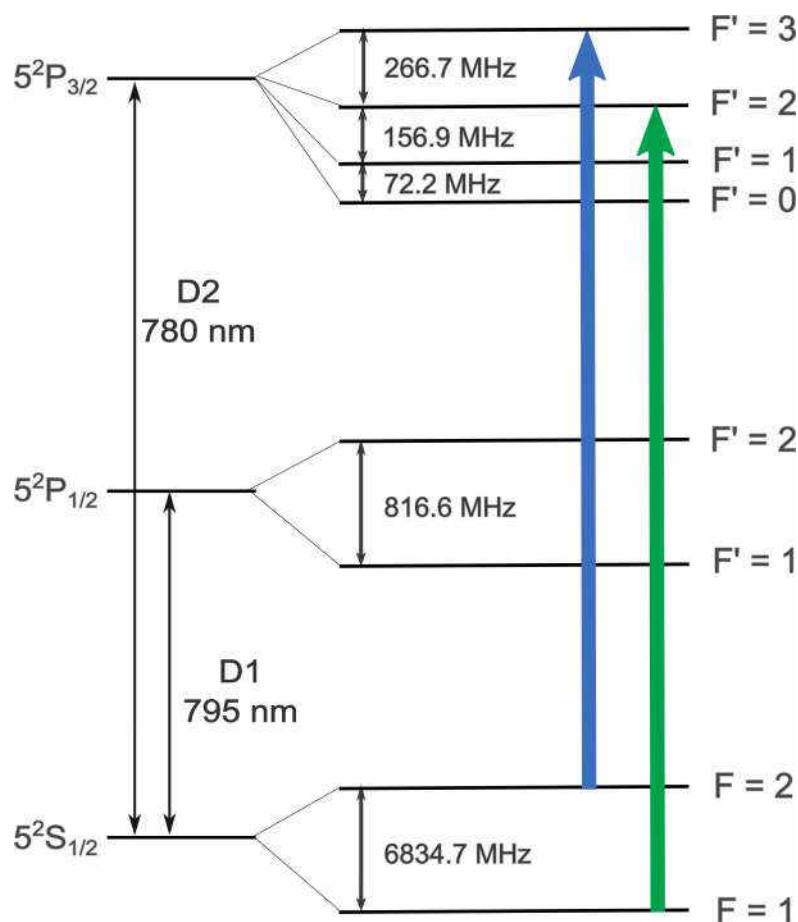
frekventnog češlja, a $f_o = \Phi_R/2\pi T_R$ frekvencija pomaka određena razlikom između fazne i grupne brzine u laserskom rezonatoru koja može poprimiti vrijednosti $|f_o| < f_R/2$. Bitno je naglasiti da su frekvencije f_R i f_o , koje se nalaze u radio-frekventnom (RF) području, preko velikog rednog broja moda n povezane s frekvencijama f_n u optičkom području (\sim THz).

Za optičke frekventne češljeve u vidljivom i bliskom infracrvenom području, redni brojevi n imaju vrijednosti u rasponu od 10^5 do 10^7 ovisno o frekvenciji repeticije. Frekvencije repeticije određene su duljinom laserskog rezonatora pa se za tipične vrijednosti duljina rezonatora od 1 cm do 10 m nalaze u RF području: $10 \text{ MHz} < f_R < 10 \text{ GHz}$.

2.5 Atom rubidija

U ovom poglavlju opisat ćemo energijske strukture atoma rubidija ^{87}Rb kojeg hladimo u eksperimentu, s posebnim naglaskom na energijskim prijelazima relevantnim za lasersko hlađenje. Detaljan opis fizikalnih i optičkih svojstava atoma ^{87}Rb dan je u literaturi [34].

Atom rubidija pripada skupini alkalijskih metala s elektronskom konfiguracijom u os-



Slika 2.13: Shematski prikaz hiperfine energijske strukture atoma ^{87}Rb D1 i D2 rezonantnih prijelaza sa frekvencijama cijepanja hiperfinih nivoa [34]. Također su prikazani prijelaz za hlađenje (plavo) i prijelaz za naseljavanje (zeleno). Relativni odnosi finih i hiperfinih nivoa nisu prikazani u mjerilu.

novnom stanju $[\text{Kr}] 5s^1$. Zbog takve konfiguracije, ukupni orbitalni angularni moment \mathbf{L} i spinski angularni moment \mathbf{S} ovise samo o valentnom elektronu. Na Slici 2.13 prikazana je energijska struktura atoma ^{87}Rb . Prvo pobuđeno stanje $5P$ rascijepljeno je u $5^2P_{1/2}$ i $5^2P_{3/2}$ stanja fine strukture. Fina struktura je rezultat međudjelovanja elektronskog orbitalnog angularnog momenta \mathbf{L} i spinskog angularnog momenta \mathbf{S} što vodi do ukupnog elektronskog angularnog momenta $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$. Prijelazi $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{1/2}$ (795 nm) i $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$ (780 nm) nazivaju se D1 i D2 rezonantni prijelaz, respektivno. Korištena notacija energijskih stanja fine strukture dana je sa $n^{2S+1}L_J$, gdje je n glavni kvantni broj, a S, L, J vrijednosti spomenutih angularnih momenata. Nadalje, svako stanje fine strukture cijepa se u hiperfina energijska stanja. Hiperfina struktura nastaje zbog vezanja ukupnog elektronskog angularnog momenta \mathbf{J} i spinskog angularnog momenta jezgre \mathbf{I} što rezultira ukupnim angularnim momentom atoma $\mathbf{F} = \mathbf{I} + \mathbf{J}$, s vrijednostima $F = I - J, \dots, I + J$. Spinski angularni

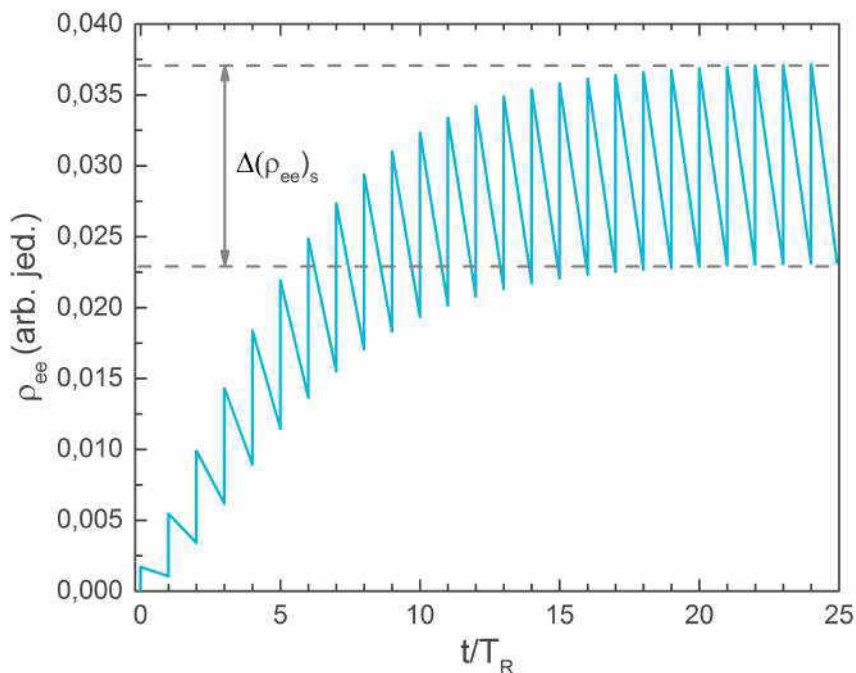
moment jezgre ^{87}Rb iznosi $I = 3/2$.

Za lasersko hlađenje koristi se zatvoreni prijelaz $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$. Kako foton ima jediničnu vrijednost angularnog momenta, električni dipolni prijelazi su mogući samo između stanja kod kojih se kvantni broj ukupnog angularnog momenta F razlikuje najviše za jedan, odnosno, za prijelaze koji zadovoljavaju relaciju $\Delta F = 0, \pm 1$ [20]. Prilikom emisije, atom se može relaksirati iz $5^2P_{3/2}(F' = 3)$ stanja samo natrag u stanje $5^2S_{1/2}(F = 2)$ iz kojeg se ponovno pobuđuje u stanje $5^2P_{3/2}(F' = 3)$. Kako je za hlađenje frekvenciju lasera potrebno pomaknuti u crveno (prema nižoj frekvenciji) u odnosu na frekvenciju prijelaza, postoji nezanemarivo pobuđenje u $5^2P_{3/2}(F' = 2)$ stanje iz kojeg atom može prijeći u $5^2S_{1/2}(F = 1)$ stanje i time izaći iz ciklusa hlađenja. Zbog toga je osim lasera za hlađenje (eng. *cooling laser*) potreban još jedan laser, tzv. laser za naseljavanje (eng. *repump laser*) koji pobuđuje prijelaz $5^2S_{1/2}(F = 1) \rightarrow 5P_{3/2}(F' = 2)$ i time vraća atome u ciklus hlađenja.

2.6 Hlađenje optičkim frekventnim češljem

U eksperimentima se uobičajeno za lasersko hlađenje upotrebljavaju laseri kontinuirane emisije u vidljivom i infracrvenom spektralnom području. No, hlađenje kontinuiranim laserskim zračenjem u slučaju mnogih atoma nije primjenjivo. Riječ je o atomima koji imaju jake rezonantne prijelaze u ultraljubičastom/vakuu ultraljubičastom (UV/VUV) području valnih duljina u kojem nedostaju laseri kontinuirane emisije. Također, atomi s više valentnih elektrona, kao i molekule, imaju vrlo složenu energijsku strukturu, takvu da se pobuđeni elektron može relaksirati u mnoštvo metastabilnih energijskih stanja koja se energijski veoma razlikuju. To zahtijeva korištenje mnoštva lasera za naseljavanje kojima bi se atomi vraćali u ciklus hlađenja.

Kao rješenje za lasersko hlađenje takvih atoma i molekula predložen je frekventni češalj, odnosno niz vremenski jednako razmaknutih ultrakratkih pulseva. Vrlo velike snage ultrakratkih pulseva omogućuju konverziju frekvencija u UV područje preko nelinearnih optičkih procesa višeg reda (procesi stvaranja viših harmonika) u nelinearnom kristalu [30]. Dakle, frekventnim češljem u vidljivom ili blisko-infracrvenom području procesom stvaranja viših harmonika moguće je generirati ultraljubičasto zračenje za hlađenje atoma koji u tom području imaju jake zatvorene prijelaze. Također, frekventni češalj se sastoji od mnoštva uskih



Slika 2.14: Vremenska evolucija naseljenosti pobuđenog stanja ρ_{ee} atoma ^{87}Rb u interakciji s nizom laserskih pulseva frekvencije repeticije $f_R = 80.5$ MHz. Prikazana je i razlika u naseljenosti pobuđenog stanja nakon i prije interakcije s jednim femtosekundnim pulsem u stacionarnom stanju, $\Delta(\rho_{ee})_s$. Preuzeto iz [35].

ekvidistantnih spektralnih linija koje mogu imati ulogu lasera za naseljavanje, što smanjuje složenost laserskog sistema za hlađenje atoma s više valentnih elektrona i molekula.

Lasersko hlađenje atoma i molekula frekventnim češljem prvi put je predloženo u radu [12], a predloženi model hlađenja baziran je na dvofotonskoj pobudi. U radovima koji su uslijedili razvijena je teorija za Dopplerovo hlađenje atoma frekventnim češljem, u konfiguraciji jedne [13] i dvije suprotno propagirajuće zrake [14] femtosekundnog lasera. U teorijskim radovima [13, 14] je pokazano da svaka spektralna linija frekventnog češlja djeluje na atom kao nezavisni cw laser, čime se otvorila perspektiva istovremenog hlađenja raznih atoma koristeći samo jedan laser [14].

Predstaviti ćemo osnovni model Dopplerovog hlađenja atoma frekventnim češljem. Promatramo jednostavni atomski sustav s dva energijska nivoa koji je u interakciji s femtosekundnim frekventnim češljem, uz pretpostavku $\tau_p \ll T_R, T$, gdje je τ_p vrijeme trajanja pulsa, T_R period repeticije, a $T = 1/\Gamma$ relaksacijsko vrijeme pobuđenog stanja. U našem eksperimentu u kojem frekventni češalj interagira s atomskim oblakom ^{87}Rb ta vremena iznose $\tau_p \approx 200$ fs, $T_R = 1/(80.53 \cdot 10^6)$ s ≈ 12 ns, $T = 24$ ns [34] pa vrijedi $\tau_p \ll T_R, T$. Budući

da je trajanje pulsa manje od perioda repeticije, dolazi do trenutnog odziva atoma na pobudu femtosekundnim frekventnim češljem. Promjena momenta impulsa uslijed djelovanja m -tog pulsa, Δp , dana je umnoškom razlike naseljenosti pobuđenog stanja neposredno nakon i prije m -tog pulsa, te impulsa fotona, $\hbar k$ [13, 14]:

$$\Delta p = [(\rho_{ee}^n)_m - (\rho_{ee}^p)_m] \hbar k, \quad (2.17)$$

gdje su $(\rho_{ee}^p)_m$ i $(\rho_{ee}^n)_m$ naseljenosti pobuđenog stanja atoma prije i nakon interakcije s m -tim pulsom. Također, nakon velikog broja pulseva, sistem dolazi u stacionarno stanje (Slika 2.14) u kojem za naseljenost pobuđenog stanja vrijedi $\rho_{ee}(t) = \rho_{ee}(t + nT_R)$, a naseljenosti prije i nakon interakcije, $(\rho_{ee}^{p,n})_m$ neovisne su o rednom broju pulsa m . Kao i u kontinuiranom režimu, nakon mnogo interakcija atoma s pulsevima, usrednjena promjena impulsa koja dolazi uslijed procesa spontane emisije iščezava. To rezultira silom na atome u smjeru propagacije upadne femtosekundne laserske zrake. Sila zračenja uzrokovana interakcijom atoma s nizom femtosekundnih pulseva perioda repeticije T_R dana je sa [13, 14]:

$$F = \frac{\Delta p}{T_R}. \quad (2.18)$$

U slučaju dva suprotno propagirajuća niza pulseva, uzimaju se u obzir doprinosi sila pojedinih zraka. U radovima [13, 14] je pokazano da svaka linija frekventnog češlja djeluje na atom kao nezavisni laser kontinuirane emisije.

Također, u radu [14] je pokazano da, minimalna temperatura koja se može postići Dopplerovim hlađenjem atoma frekventnim češljem, zbog difuznog grijanja iznosi $T_D = \hbar\Gamma/2k_B$. Taj rezultat je identičan Dopplerovoj temperaturi u kontinuiranom režimu (izraz (2.7)).

3 Eksperimentalni postav

3.1 Magneto-optička stupica

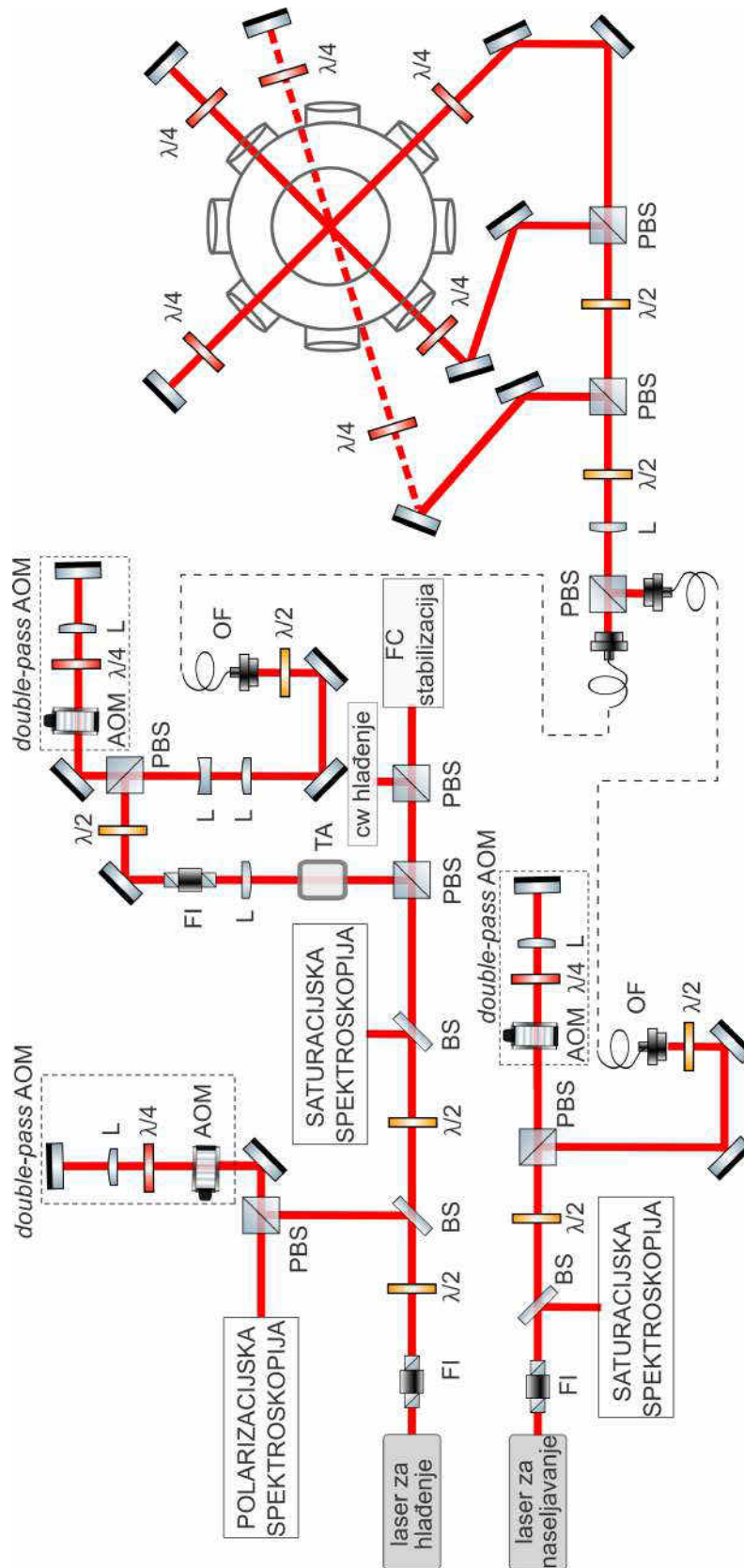
Početna točka za mjerenje temperature atoma ^{87}Rb pri interakciji s optičkim frekventnim češljem je hladni oblak atoma ^{87}Rb stvoren u magneto-optičkoj stupici. Na Slici 3.2 dan je shematski prikaz eksperimentalnog postava za realizaciju magneto-optičke stupice. U narednim poglavljima objasniti ćemo pojedine dijelove tog postava.

3.1.1 Vakuumska komora

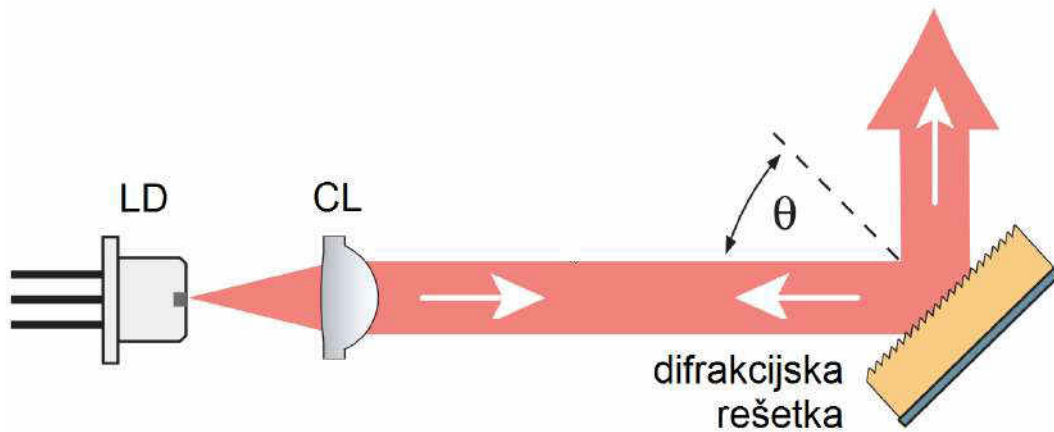
Hladni oblak atoma ^{87}Rb stvara se unutar vakuumske komore (Slika 3.1) koja je spojena na ionsku pumpu, čime se omogućava održavanje visokog vakuuma u komori u iznosu od $p \approx 10^{-8}$ mbar. Rubidij se dovodi preko dispnzera koji su ugrađeni u komoru. Puštanjem struje kroz dispnzere dolazi do otpuštanja atoma rubidija. Tijekom provedbe eksperimenta, vrijednost struje puštane kroz dispnzere iznosila je 5.5 A. Komora je načinjena od nehrđajućeg čelika (inoks), te je smještena na aluminijsku ploču. Sadrži prozore različitih veličina koji omogućuju ulazak tri para međusobno okomitih laserskih zraka za realizaciju magneto-optičke stupice, kao i zraka femtosekundog lasera. Također, ispred jednog od prozora komore postavljena je CMOS kamera kojom snimamo fluorescenciju oblaka.



Slika 3.1: Vakuumska komora.



Slika 3.2: Shematski prikaz postava za realizaciju MOT-a. Oznake: Oznake: FI-Faradayev izolator; PBS-polarizacijski djelitelj zrake; BS-djelitelj zrake; L-leća; $\lambda/2$, $\lambda/4$ -polarizacijske pločice; TA-optičko pojačalo; OF-optičko vlakno



Slika 3.3: Laser s vanjskim rezonatorom u Littrow konfiguraciji. Oznake: LD-laserska dioda, CL-kolimacijska leća. Preuzeto iz [37].

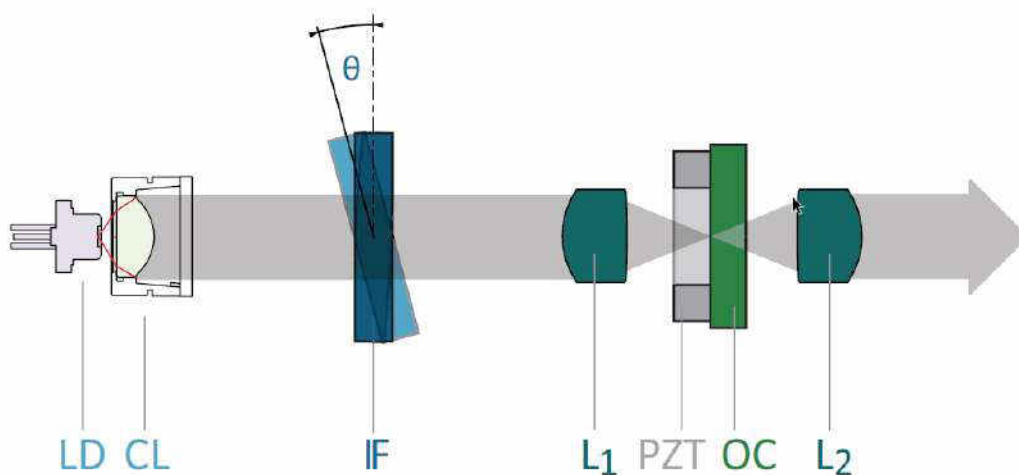
3.1.2 Laserski sistemi

Za hlađenje atoma ^{87}Rb potrebne su dvije laserske zrake: zraka za hlađenje koja pobuđuje prijelaz $5^2S_{1/2} (F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2} (F' = 3)$ i zraka za naseljavanje koja je u rezonanciji s $5^2S_{1/2} (F = 1) \rightarrow 5P_{3/2} (F' = 2)$ prijelazom. U eksperimentu su kao laser za hlađenje i laser za naseljavanje upotrebljeni poluvodički diodni laseri s vanjskim rezonatorom (eng. *External Cavity Diode Laser*, ECDL) proizvođača *MOGLabs* i *Toptica Photonics*, respektivno. Oni generiraju kontinuirano (eng. *continuous-wave*, cw) zračenje nominalne valne duljine 780 nm i snage nekoliko desetaka mW.

LASER ZA NASELJAVANJE

Rezonator lasera za naseljavanje načinjen je u Littrow konfiguraciji, kao što je prikazano na Slici 3.3. U toj konfiguraciji jedan kraj optičkog rezonatora čini laserska dioda, a drugi difrakcijska rešetka. Zračenje nastalo u laserskoj diodi usmjerava se pomoću kolimacijske leće na difrakcijsku rešetku koja prvi red difrakcije reflektira natrag u lasersku diodu, a nulti red izlazi iz lasera. Valna duljina emitirane svjetlosti ovisi o temperaturi i struji kroz diodu, čija kontrola se vrši temperaturnim i strujnim regulatorima, te o položaju optičke rešetke. Fino namještanje valne duljine postiže se zakretanjem optičke rešetke pomoću piezoelektričnog elementa smještenog na nosač rešetke. Detaljan opis tog lasera dan je u literaturi [36].

Dio zrake lasera za naseljavanje odvojen je za saturacijsku spektroskopiju pomoću koje je laser za naseljavanje frekventno stabiliziran, o čemu će biti riječ u poglavlju 3.1.3.



Slika 3.4: Laser s vanjskim rezonatorom u *cat's eye* konfiguraciji. Oznake: LD-laserska dioda, CL-kolimacijska leća, IF-interferencijski filter, L1-*cat's eye* leća; L2-rekolimacijska leća; PZT-piezoelektrični element; OC polupropusno zrcalo (eng. *output coupler*). Preuzeto iz [38].

LASER ZA HLAĐENJE

Rezonator lasera za hlađenje načinjen je u tzv. *cat's eye* konfiguraciji, koja je prikazana na Slici 3.4. Jedan kraj vanjskog rezonatora čini laserska dioda, a drugi polupropusno zrcalo (eng. *output coupler*, OC). Nakon izlaska iz laserske diode, svjetlosti prolazi kroz kolimacijsku leću. Zatim svjetlost dolazi do interferencijskog filtra koji propušta svjetlost u uskom području valnih duljina. Dio propuštene svjetlosti se na polupropusnom zrcalu reflektira natrag u lasersku diodu, a dio izlazi iz lasera. U laserskoj diodi zatim dolazi do pojačavanja valne duljine reflektiranog zračenja. Time se generira jednomodno lasersko zračenje. Valna duljina emitirane svjetlosti lasera ovisi o temperaturi i struji kroz diodu, kao i o kutu pod kojim je filter zakrenut. Fino namještanje valne duljine, kao i u slučaju lasera za naseljavanje, postiže se mijenjanjem duljine rezonatora pomoću piezoelektričnog elementa koji je smješten na polupropusno zrcalo. Vrlo bitan element, zbog kojeg je laser u ovoj rezonatorskoj konfiguraciji puno manje osjetljiv na mehaničke i akustičke vibracije u odnosu na laser s rezonatorom u Littrow konfiguraciji, je *cat's eye* reflektor. Radi se o kolimacijskoj leći koja fokusira zračenje na polupropusno zrcalo. Ono što se time postiže jest da je reflektirana zraka nakon ponovnog prolaska kroz *cat's eye* reflektor paralelna upadnoj zruci neovisno o kutu upada, što znači da se reflektirano zračenje uvijek vraća u lasersku diodu. To nije slučaj kod lasera za naseljavanje, gdje rezonator u Littrow konfiguraciji zahtijeva precizno poravnanje elemenata. Stoga, laser

za hlađenje ima veću frekventnu stabilnost od lasera za naseljavanje. Detaljan opis lasera za hlađenje koji smo koristili u eksperimentu može se naći u literaturi [39].

Nakon izlaska iz lasera, dio zrake lasera za hlađenje odvojen je za polarizacijsku spektroskopiju i saturacijsku spektroskopiju. Polarizacijska spektroskopija je korištena za frekventnu stabilizaciju lasera, dok je saturacijska spektroskopija ovdje korištena za kalibraciju frekventne skale. Navedene tehnike objasniti ćemo u poglavlju 3.1.3.

AKUSTO-OPTIČKI MODULATOR

Akusto-optički modulator (eng. *Acousto-Optic Modulator*, AOM) [41] je uređaj koji omogućuje mijenjanje frekvencije, snage i optičkog puta laserske zrake, zbog čega nam je izuzetno bitan za frekventnu i vremensku kontrolu eksperimenta. Princip rada AOM-a je sljedeći. Dovođenjem RF signala na piezoelektrični pretvornik, u kristalu se stvaraju zvučni valovi frekvencije f_{RF} , odnosno naizmjenična područja zgušnjavanja i razrjeđenja što uzrokuje periodično mijenjanje indeksa loma. Zbog toga prilikom upada laserske svjetlosti frekvencije f na kristal AOM-a, analogno Braggovoj difrakciji dolazi do raspršenja svjetlosti na zvučnim valovima u mnoštvo difrakcijskih redova $m \in \mathbb{Z}$. U skladu s zakonom očuvanja energije i impulsa, frekvencija laserskog zračenja nakon prolaska kroz AOM jednaka je $f + mf_{RF}$. Akusto-optičkim modulatorima koje koristimo u eksperimentu možemo mijenjati frekvenciju laserske zrake za $f_{RF} = 50 - 90$ MHz u prvom difrakcijskom redu.

Za promjenu frekvencije, kao i za brzo prekidanje zrake za hlađenje i zrake za naseljavanje korišten je AOM u *double-pass* konfiguraciji čiji je detaljan opis dan u radu [28]. Korištenjem te konfiguracije izbjegnuta je promjena optičkog puta zrake prilikom promjene frekvencije zvučnog vala. Nakon dvostrukog prolaska kroz AOM, izlazna zraka m -tog reda ima isti optički put kao i upadna zraka, a promijenjena frekvencija laserske zrake iznosi $f + 2mf_{RF}$.

Prije prolaska kroz AOM u *double-pass* konfiguraciji, laserska zraka prolazi kroz $\lambda/2$ pločicu kojom se zakreće ravnina polarizacije zrake tako da se na polarizacijskom djelitelju snopa (eng. *Polarization Beam Splitter*, PBS) ona u potpunosti reflektira (transmitira) te se zatim dovodi na postav za *double-pass* AOM. Dvostrukim prolazom laserske zrake kroz $\lambda/4$ pločicu u tom postavu ravninu polarizacije zrake zakreće se za 90° te se ponovnim prolaskom kroz PBS ona u potpunosti transmitira (reflektira). Na taj način smo odvojili ulaz i izlaz laserske zrake koja prolazi kroz *double-pass* AOM.

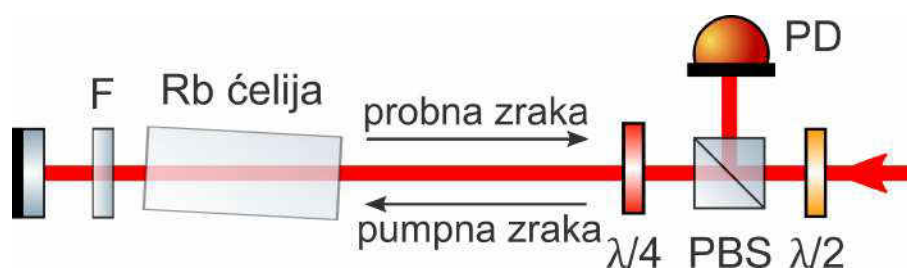
Zraka lasera za hlađenje dva puta prolazi kroz AOM u *double-pass* konfiguraciji (Slika 3.2): prije ulaska na dio postava za polarizacijsku spektroskopiju, te prije prolaska kroz optičko vlakno. Naime, frekvenciju lasera za hlađenje potrebno je pomaknuti u crveno od frekvencije prijelaza $5^2S_{1/2} (F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2} (F' = 3)$. Kao što će biti objašnjeno u sljedećem poglavlju, polarizacijskom spektroskopijom frekventno stabiliziramo laser za hlađenje na prijelaz $5^2S_{1/2} (F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2} (F' = 3)$. Kombinacijom negativnog frekventnog pomaka laserske zrake $m = -1$ difrakcijskog reda na izlazu iz prvog *double-pass* AOM-a i pozitivnog frekventnog pomaka laserske zrake $m = +1$ difrakcijskog reda na izlazu iz drugog *double-pass* AOM-a, postizemo da je ukupni frekventni pomak lasera za hlađenje od navedenog prijelaza $\delta = -16 \text{ MHz} \approx 2.5\Gamma$.

Iako je promjena optičkog puta neželjena pojava prilikom mijenjanja frekvencije f_{RF} , koristi nam za vremensku kontrolu eksperimenta, odnosno za brzo paljenje i gašenje laserskih zraka dovođenjem TTL signala na AOM. Na daljnje djelove eksperimentalnog postava dovodimo zrake ± 1 . difrakcijskog reda. Gašenjem RF signala, ostaje samo zraka 0. reda koja ne prolazi kroz ostatak eksperimentalnog postava. Dakle, na takav način je omogućeno brzo gašenje laserskih zraka.

OPTIČKO POLUVODIČKO POJAČALO

Nakon izlaska iz lasera, dio zrake za hlađenje odvaja se za polarizacijsku spektroskopiju, zatim za saturacijsku spektroskopiju, a dio i za stabilizaciju optičkog frekventnog češlja (Slika 3.2). Također, dio snage zrake za naseljavanje gubi se i prolaskom kroz optičko vlakno. Kako bi mogli efikasno hladiti atome, potrebna je laserska zraka određenog intenziteta. Radi toga, zraka lasera za hlađenje prije optičkog vlakna prolazi kroz optičko poluvodičko pojačalo (eng. *Tapered Amplifier*, TA). Ono sadrži poluvodički čip u kojem prolaskom zrake dolazi do pojačavanja svjetlosti, tj. pojačavanja snage zrake. Efikasnost pojačala regulira se strujom koja teče kroz poluvodički čip, te temperaturom čipa.

Zraka za hlađenje i zraka za naseljavanje se optičkim vlaknima dovode do komore gdje se prvo spajaju pomoću polarizacijskog djelitelja snopa (eng. *Polarization Beam Splitter*, PBS) te potom prolaze kroz kolimacijsku leću (Slika 3.2). Zatim se zraka dijeli na tri zrake pomoću dva PBS-a ispred kojih se nalazi $\lambda/2$ -pločica kojom određujemo omjer intenziteta razdijeljenih zraka. Prije ulaska u komoru zrake prolaze kroz $\lambda/4$ -pločice čime postaju



Slika 3.5: Shematski prikaz postava za saturacijsku apsorpcijsku spektroskopiju. Oznake: PBS-polarizacijski djelitelj zrake; F-filter; $\lambda/4$, $\lambda/2$ - polarizacijske pločice; PD-fotodioda.

kružno polarizirane, a nakon izlaska iz komore odbijaju se od zrcala i vraćaju u komoru (tzv. retrorefleksivne zrake). Ispred tih zrcala nalazi se još jedna $\lambda/4$ pločica koja mijenja smjer kružne polarizacije retrorefleksivnih zraka.

Na Slici 3.2 je također naznačeno da se dio zrake ECDL-a *MOGLabs* odvajaju za stabilizaciju frekventnog češlja, odnosno za cw lasersku zraku kojom na isti način kao i frekventnim češljem hladimo atomski oblak ^{87}Rb kako bi usporedili rezultate te utvrdili efikasnost hlađenja frekventnim češljem.

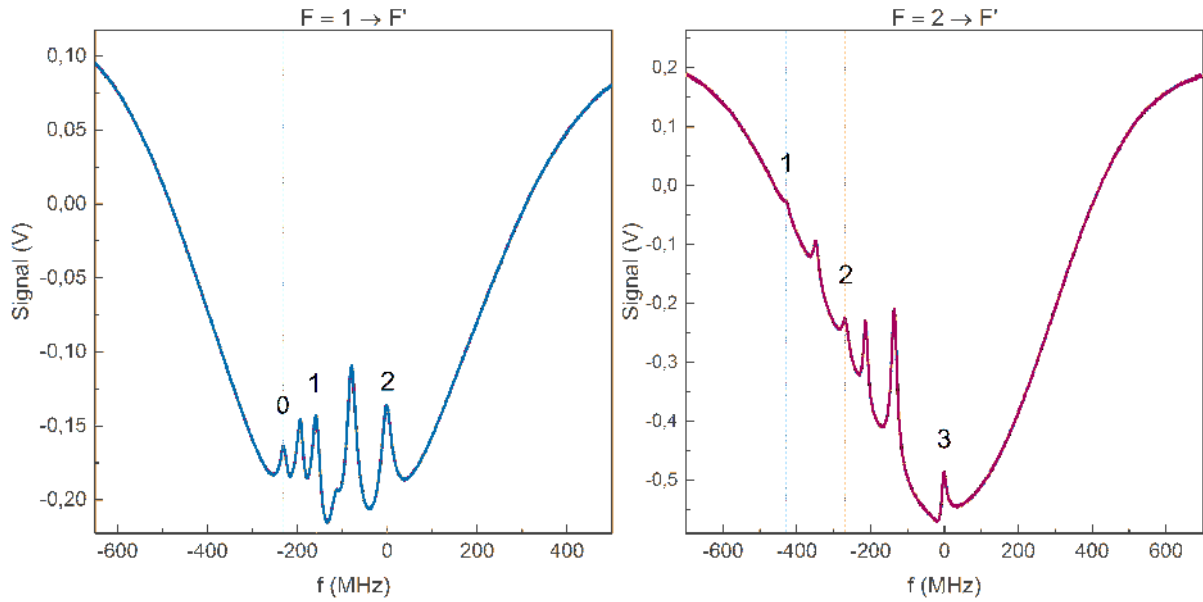
Valja napomenuti da i u ostatku rada, naziv *zraka za hlađenje* isključivo koristimo za cw lasersku zraku kojom pobuđujemo prijelaz atoma ^{87}Rb $F = 3 \rightarrow F' = 2$ u realizaciji magneto-optičke stupice.

3.1.3 Frekventna stabilizacija lasera kontinuirane emisije

Diodni laseri s vanjskim rezonatorom, ECDL osjetljivi su na promjene u radnoj okolini kao što su temperatura prostorije, vlažnost, tlak, mehaničke vibracije i sl., što dovodi do toga da njihova radna frekvencija „klizi” s vremenom. Kako je za realizaciju MOT-a nužna točna frekvencija lasera, potrebno je stabilizirati istu. Stabilizacija frekvencije vršena je stvaranjem negativne povratne veze. Signal potreban za stvaranje negativne povratne veze, tzv. *error* signal dobiven je korištenjem sub-Doppler spektroskopskih tehnika: saturacijskom apsorpcijskom spektroskopijom u slučaju lasera za naseljavanje te polarizacijskom spektroskopijom u slučaju lasera za hlađenje.

SATURACIJSKA SPEKTROSKOPIJA

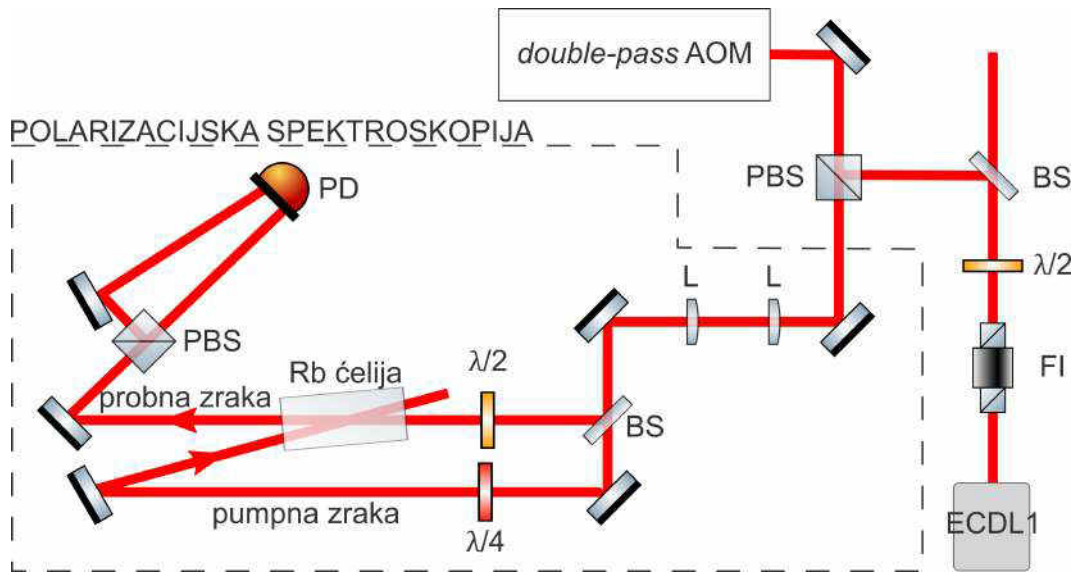
Saturacijskom apsorpcijskom spektroskopijom (SAS) postiže se razlučivanje hiperfine strukture atoma rubidija u Doppler proširenom spektru [30]. SAS tehnika se bazira na korištenju



Slika 3.6: Saturacijski spektar atoma ^{87}Rb za prijelaze $5^2S_{1/2} (F = 1) \rightarrow 5^2P_{3/2} (F' = 0, 1, 2)$ (lijevo) i $5^2S_{1/2} (F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2} (F' = 1, 2, 3)$ (desno). Neoznačene linije u spektru su *crossover* linije. Prikazana je relativna frekventna skala s obzirom na frekvenciju prijelaza $F = 1 \rightarrow F' = 2$ (lijevo) i $F = 2 \rightarrow F' = 3$ (desno). Kalibracija frekventne skale izvršena je preko hiperfinskih prijelaza ^{87}Rb .

dvije suprotno propagirajuće zrake istog lasera, tzv. pumpne i probne zrake koje prolaze kroz ćeliju u kojoj se nalaze pare atoma rubidija na sobnoj temperaturi (Slika 3.5). Pumpna zraka je dovoljno velikog intenziteta da uzrokuje promjene naseljenosti osnovnog i pobuđenog stanja atoma, a probna zraka, koja se dovodi do fotodiode te čiji signal promatramo, služi za detekciju tih promjena. Zbog Dopplerovog efekta i suprotne propagacije dviju zraka, obje zrake će međudjelovati s istom brzinskom grupom atoma (onom čija je brzina jednaka nuli, $v = 0$) kada je frekvencija lasera jednaka frekvenciji hiperfinskih prijelaza atoma ^{87}Rb . Stoga na tim frekvencijama, prisutnost pumpne zrake uzrokuje smanjenje apsorpcije probne zrake te se u Doppler proširenom spektru pojavljuju linije tih prijelaza (Slika 3.6). U saturacijskom spektru pojavljuju se i tzv. *crossover* linije na frekvencijama koje su jednake aritmetičkoj sredini frekvencija hiperfinskih prijelaza. Detaljan opis *crossover* linija, kao i saturacijske spektroskopije dan je u radu [36].

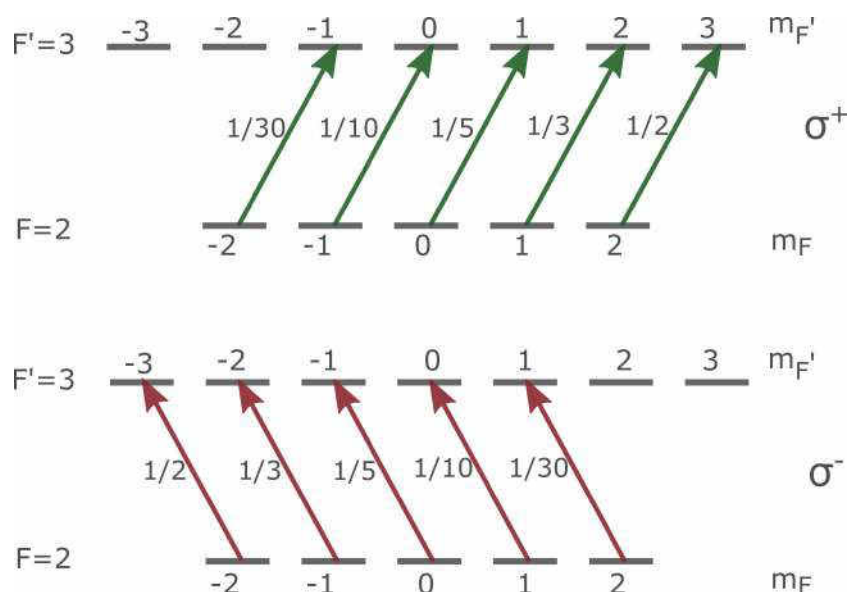
Error signal potreban za frekventnu stabilizaciju lasera za naseljavanje dobiven je frekventnom modulacijom saturacijskog signala, što je detaljno opisano u radu [36]. Uloga *error* signala u frekventnoj stabilizaciji bit će objašnjena u nastavku, u opisu frekventne stabilizacije lasera za hlađenje korištenjem polarizacijske spektroskopije.



Slika 3.7: Shematski prikaz postava za polarizacijsku spektroskopiju. Oznake: FI-Faradayev izolator; PBS-polarizacijski djelitelj zrake; BS-djelitelj zrake; L-leća; $\lambda/2$, $\lambda/4$ -polarizacijske pločice; PD-fotodetektor.

POLARIZACIJSKA SPEKTROSKOPIJA

Polarizacijska spektroskopija [40] je sub-Doppler spektroskopska tehnika koja je nedavno implementirana u Laboratoriju za hladne atome. Eksperimentalni postav za polarizacijsku spektroskopiju shematski je prikazan na Slici 3.7. Kao i za tehniku saturacijske spektroskopije, za polarizacijsku spektroskopiju potrebne su pumpna i probna zraka koje prolaze u suprotnim smjerovima kroz rubidijevu ćeliju. Probna zraka je linearno polarizirana te je ravnina njene polarizacije $\lambda/2$ pločicom postavljena pod kutem 45° u odnosu na polarizacijski djelitelj zrake (PBS) koji ima ulogu analizatora. Prolaskom kroz PBS dio probne zrake se transmitira, a dio reflektira, ovisno o njenoj polarizaciji. Za stvaranje *error* signala bitna je razlika između signala tih dviju zraka detektiranih na fotodiodi. U slučaju kada kroz rubidijevu ćeliju ne prolazi pumpna zraka, intenzitet reflektirane i transmitirane zrake je jednak te je stoga razlika njihovih signala jednaka nuli. No, to nije slučaj kada kroz rubidijevu ćeliju prolazi kružno polarizirana pumpna zraka. Pumpna zraka kružne polarizacije procesom optičkog pumpanja m_F stanja uzrokuje neravnomjernu naseljenost tih stanja. Pri tome se m_F odnosi na projekciju ukupnog angularnog momenta atoma F na os kvantizacije. U slučaju da je pumpna zraka σ^+ kružno polarizirana, pobuđivati će prijelaze za koje vrijedi $\Delta m_F = m_{F'} - m_F = +1$. Na Slici 3.8 prikazani su m_F podnivoi $5^2S_{1/2}$ ($F = 2$) i $5^2P_{3/2}$ ($F' = 3$) energijskih stanja atoma ^{87}Rb te relativne jakosti σ^+ i σ^- prijelaza. Budući



Slika 3.8: Podnivoi energijskih stanja $5^2S_{1/2}$ ($F = 2$) i $5^2P_{3/2}$ ($F' = 3$) atoma ^{87}Rb te relativne jakosti σ^+ (gornja slika) i σ^- (donja slika) prijelaza.

da σ^+ kružno polarizirana pumpa uzrokuje samo prijelaze $\Delta m_F = +1$, a za relaksaciju u osnovno stanje vrijedi $\Delta m_F = 0, \pm 1$, nakon dovoljno dugog vremena interakcije najveća naseljenost će biti u osnovnom $m_F = +2$ stanju. Dakle, σ^+ kružno polarizirana laserska zraka prepumpava naseljenost osnovnog m_F stanja u stanje maksimalne projekcije angularnog momenta $m_F = +2$. Taj se proces naziva optičko pumpanje. Analogno se događa u slučaju σ^- kružno polarizirane pumpne zrake, ali prepumpavanjem u $m_F = -2$ stanje, s obzirom da zraka σ^- kružne polarizacije pobuđuje samo $\Delta m_F = -1$ prijelaze. Linearnu polarizaciju probne zrake možemo promatrati kao superpoziciju σ^+ i σ^- kružno polariziranih komponenti.

Kao i u tehnici saturacijske apsorpcije, obje zrake interagiraju s istom brzinskom grupom atoma ($v = 0$) kada je frekvencija lasera jednaka frekvenciji hiperfinog prijelaza, te tada probna zraka detektira promijene naseljenosti uzrokovane prisutnošću pumpne zrake. Na tim frekvencijama za σ^+ kružno polariziranu komponentu probne zrake, koeficijent apsorpcije je veći nego u slučaju σ^- komponente. Razlog tome je to, što je za σ^+ lasersku zraku preferirani prijelaz, odnosno prijelaz najveće vjerojatnosti $m_F = +2 \rightarrow m_{F'} = +3$, dok je za σ^- lasersku zraku $m_F = -2 \rightarrow m_{F'} = -3$ (Slika 3.8). Budući da σ^+ kružno polarizirana pumpa uzrokuje neravnomjernu naseljenost m_F stanja takvu da je u $m_F = +2$ stanju najveća naseljenost, apsorpcija σ^+ komponente je veća.

Dakle, kružno polarizirana pumpna zraka uzrokuje neravnomjernu preraspodjelu populacije, odnosno populacijsku anizotropiju medija (rubidijevе pare). Zbog toga su koeficijenti apsorpcije i indeksi loma različiti za σ^+ i σ^- komponente probne zrake, što vodi na zakretanje ravnine polarizacije probne zrake. Nakon prolaska kroz rubidijevu ćeliju dio probne zrake se transmitira, a dio reflektira prolaskom kroz PBS. Te zrake se dovode na fotodetektor u kojem se generira razlika signala tih komponenti. Budući da je ravnina polarizacije probne zrake zakrenuta, razlika transmitiranog i reflektiranog signala neće biti jednaka nuli, već je dana izrazom [40]:

$$I_{sig} = I_0 e^{-\alpha L} L \Delta \alpha_0 \frac{x}{1 + x^2}, \quad (3.1)$$

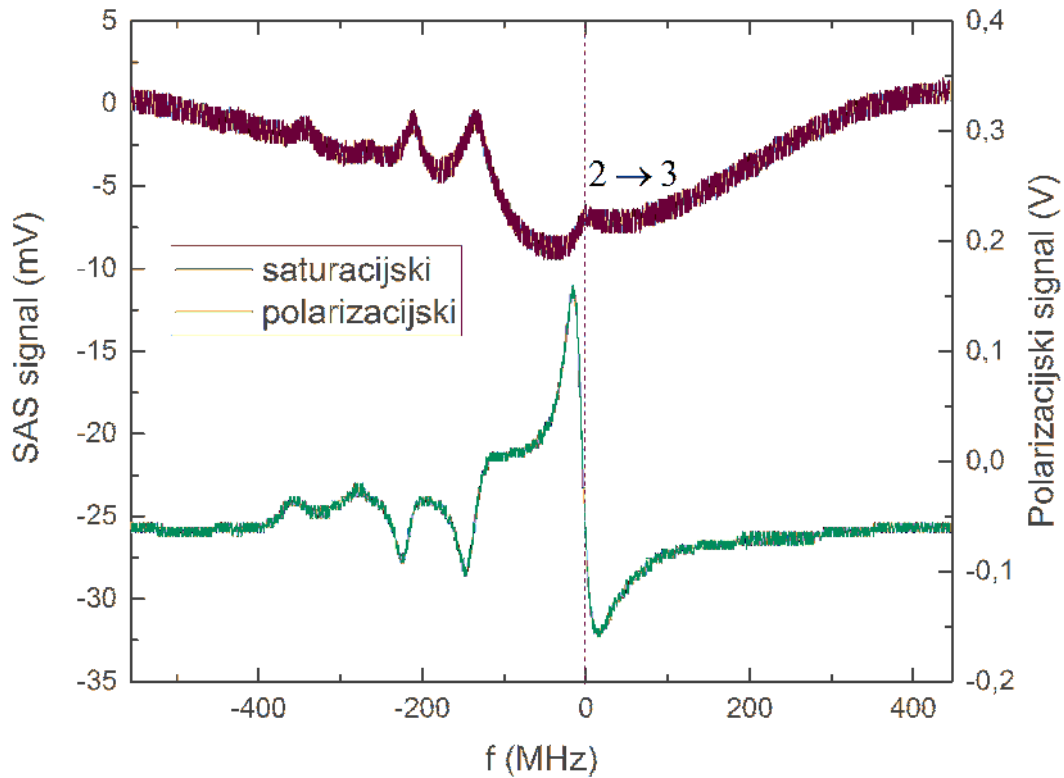
gdje je I_0 intenzitet probne zrake prije ulaska u ćeliju, L duljina ćelije, $\alpha = (\alpha_+ + \alpha_-)/2$, pri čemu je α_{\pm} koeficijent apsorpcije σ^{\pm} kružne komponente probne zrake, $\Delta \alpha_0$ razlika između koeficijenata apsorpcije α_+ i α_- kada je frekvencija lasera ω jednaka frekvenciji prijelaza ω_0 , a $x = (\omega_0 - \omega)/(\Gamma/2)$, pri čemu je Γ prirodna širina linije.

Rezultantni signal je disperzivnog oblika centriran oko frekvencije hiperfinog prijelaza, što se može vidjeti i na Slici 3.9, te se naziva *error* signal.

Bit *error* signala je u sljedećem. Naša referentna frekvencija na koju želimo ugoditi laser je frekvencija hiperfinog prijelaza $5^2S_{1/2} (F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2} (F' = 3)$, te odgovara vrhu te hiperfine linije. Ukoliko je frekvencija lasera jednaka referentnoj frekvenciji, *error* signal je jednak nuli, a ukoliko je različita, *error* signal je različit od nule. Osim što je mjera koliko je frekvencija lasera pomaknuta od referentne frekvencije, bitna odlika disperzivnog oblika tog signala je ta što pruža informaciju da li je frekvencija lasera veća ili manja od referentne. Naime, kao što se može vidjeti na Slici 3.9, *error* signal je pozitivan (negativan) kada je frekvencija lasera manja (veća) od referentne.

Nakon što je generiran u fotodetektoru, *error* signal se dovodi u kontrolnu jedinicu *MOGLabs* lasera, *MOGLabs* DLC u kojoj se preko PID (eng. *Proportional-Integral-Derivative*) regulatora stvara signal negativne povratne veze. On se dovodi na piezoelektrični element i struju laserske diode u ECDL-u. S obzirom na taj signal, mijenja se struja diode te piezoelektrični element pomiče nosač difrakcijske rešetke čime se ispravlja frekvencija lasera, odnosno vraća na referentnu vrijednost.

Valja napomenuti da prije prolaska kroz postav za polarizacijsku spektroskopiju, laserska



Slika 3.9: Saturacijski i polarizacijski spektar atoma ^{87}Rb oko $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$ hiperfinog prijelaza. Prikazana je relativna frekventna skala s obzirom na frekvenciju prijelaza $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$. Kalibracija frekventne skale izvršena je preko hiperfinih prijelaza ^{87}Rb .

zraka prolazi kroz *double-pass* AOM postav (Slika 3.7). Pomoću AOM-a koji mijenja frekvenciju upadne laserske zrake, omogućena je frekventna stabilizacija lasera na frekvenciju 180 MHz nižu od frekvencije $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$ prijelaza.

Prednost stabilizacije frekvencije lasera polarizacijskom spektroskopijom nad stabilizacijom saturacijskom spektroskopijom jest dobivanje *error* signala vrlo velikog nagiba. Naime, što je *error* signal strmiji, male promijene laserske frekvencije izazvati će snažniji odgovor sistema putem negativne povratne veze. Time je postignuta veća osjetljivost na frekventne fluktuacije lasera. Osim toga, korištenjem saturacijske spektroskopije frekventna stabilnost lasera je ograničena frekvencijom modulacije kojom je moduliran saturacijski signal. Pri stabilizaciji polarizacijskom spektroskopijom tog ograničenja nema jer *error* signal nije generiran frekventnom modulacijom, već je dobiven razlikom signala transmitirane i reflektirane probne zrake. Dakle, polarizacijskom spektroskopijom stabiliziran laser posjeduje veću razinu frekventne stabilnosti, koja je iznimno bitna za hlađenje atoma. Zbog toga je za



Slika 3.10: Prikaz anti-Helmholtz i kompenzacijskih zavojnica korištenih pri realizaciji magneto-optičke stupice.

frekventnu stabilizaciju lasera za hlađenje korištena upravo ta tehnika.

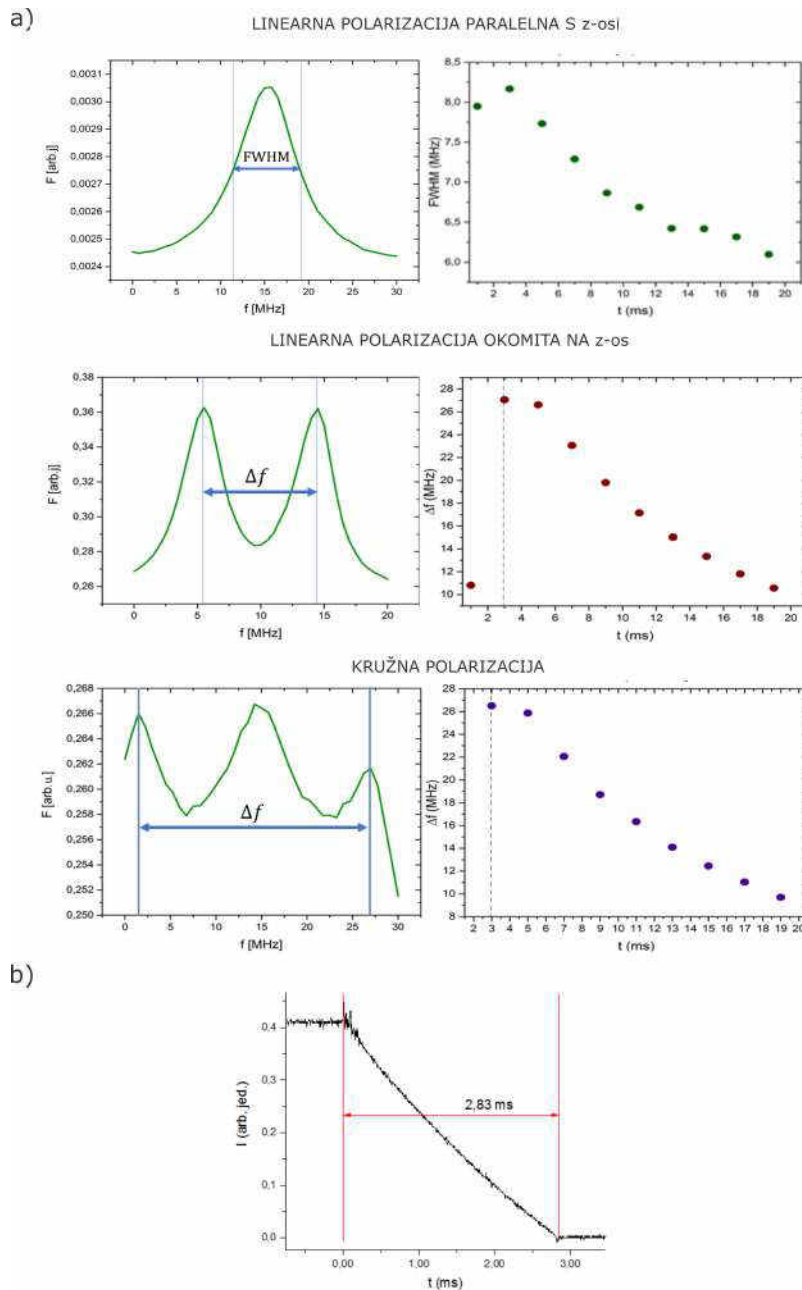
3.1.4 Magnetsko polje

Kvadrupolno magnetsko polje potrebno za realizaciju MOT-a stvaraju dvije zavojnice u anti-Helmholtz konfiguraciji položene u ravni stola (x-y ravnina), te su raspoređene simetrično oko vakuumske komore u smjeru okomitom na tu ravninu (Slika 3.10). Svaka od zavojnica se sastoji od sto namotaja bakrene žice. Vrijednost struje puštane kroz zavojnice tokom eksperimenta iznosila je 17.15 A, što u području oko centra komore stvara gradijent magnetskog polja od 11 G/cm u vertikalnom smjeru, a dvostruko manji u horizontalnim smjerovima².

Iako kvadrupolno magnetsko polje anti-Helmholtz zavojnica u centru komore iščezava, prisutnost Zemljinog magnetskog polja i magnetskog polja okolnih elemenata, kao što je magnet ionske pumpe, predstavljaju ograničenje efikasnosti hlađenja atoma koja iziskuje iščezavanje magnetskog polja u centru precjesišta laserskih zraka. Za kompenzaciju tih magnetskih polja korištene su tzv. kompenzacijske zavojnice. Riječ je o tri para zavojnica smještene u tri nezavisna smjera u Helmoltz konfiguraciji simetrično oko komore (Slika 3.10).

Također, ono što je uočeno jest postojanje jakih vrtložnih struja (eng. *eddy currents*) induciranih naglim gašenjem struje kroz anti-Helmholtz zavojnice. Na lijevoj strani Slike 3.11(a) prikazane su sile zračenja izmjerene preko pomaka centra mase atomskog oblaka

²Kako vrijedi $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$, za konfiguraciju zavojnica smještenih duž z-osi slijedi $\frac{\partial B}{\partial x} = \frac{\partial B}{\partial y} = \frac{1}{2} \frac{\partial B}{\partial z}$.



Slika 3.11: a) Sila zračenja na hladni atomski oblak ^{87}Rb u ovisnosti o frekvenciji za različite polarizacije probne zrake. (lijevo). Širina na pola visine (FWHM) i razmak između rascijepljenih linija za odgovarajuće polarizacije probne zrake u različitim vremenima nakon gašenja struje kroz anti-Helmholtz zavojnice (desno). b) Vremenska relaksacija struja kroz anti-Helmholtz zavojnice.

^{87}Rb koji je u interakciji s probnom cw laserskom zrakom. Pomaci su proporcionalni sili zračenja na atome, a time i apsorpciji (izraz (2.1)). Sila je mjerena u ovisnosti o frekvenciji probne cw laserske zrake oko $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$ rezonantnog prijelaza, nakon gašenja struje kroz anti-Helmholtz zavojnice. Mjerenja sile su rađena za tri različite polarizacije probne cw laserske zrake: linearna polarizacija paralelna s z-osi, linearna pola-

OS KVANTIZACIJE (SMJER MAGNETSKOG POLJA)	POLARIZACIJA LASERSKE ZRAKE	DOZVOLJENI PRIJELAZI
z	LINEARNA (duž z osi)	$\Delta m = 0$
z	LINEARNA (duž x osi)	$\Delta m = \pm 1$
z	KRUŽNA	$\Delta m = 0, \pm 1$

Slika 3.12: Dozvoljeni prijelazi između magnetkih podnivoa m za različita polarizacijska stanja laserske zrake i smjer magnetskog polja. Vrijedi za smjer propagacije laserskog zračenja u y-smjeru.

rizacija okomita na z-os i kružna polarizacija. Ovdje je z-os definirana kao os okomita na ravninu stola. Smjer propagacije probne zrake također je okomit na z-os. U slučaju lin \parallel z polarizacije dobivena je jedna apsorpcijska linija, ali čija je poluširina puno veće od prirodne širine linije koja iznosi $\Gamma = 2\pi \cdot 6.065$ MHz [34]. U slučaju lin \perp z polarizacije dobivene su dvije rascijepljene linije, dok u slučaju kružne tri. Širina linije koja je veća od prirodne, kao i pojava rascijepljenih linija posljedica su Zeemanovog efekta, a takvo cijepanje i širenje za različite polarizacije laserske zrake karakteristično je za slučaj kada je os kvantizacije, odnosno magnetsko polje u smjeru okomitom (z-smjer) na smjer propagacije zrake. Na Slici 3.12 su prikazani dozvoljeni prijelazi u slučaju različitih polarizacija i smjera magnetskog polja.

Sile su mjerene u različitim trenucima nakon gašenja struje kroz anti-Helmholtz zavojnice. Na desnoj strani Slike 3.11(a) prikazane su širine (lin \parallel z polarizacija) i frekventni razmaci između rascijepljenih linija (lin \perp z polarizacija i kružna polarizacija) u ovisnosti o vremenu nakon gašenja struje kroz anti-Helmholtz zavojnice. Širine i frekventni razmaci u slučaju navedenih polarizacija probne zrake, najveći su u trenutku $t = 3$ ms što odgovara vremenu relaksacije struje kroz anti-Helmholtz zavojnice (Slika 3.11(b)). Iako se u većim vremenskim trenucima smanjuju, postojanje rascijepljenih linija čak i u $t = 19$ ms ukazuje na postojanje nezanemarivog sporo relaksirajućeg magnetskog polja koje stvaraju vrtložne struje uzrokovane Faradayevim efektom zbog naglog gašenja struje zavojnica.

Dakle, izmjereno cijepanje apsorpcijskih linija za različite polarizacije laserske zrake karakteristično je u slučaju kada je magnetsko polje u smjeru okomitom na smjer propagacije zrake, što nas dovodi do zaključka da su za takvo ponašanje sustava odgovorne sporo relaksirajuće vrtložne struje u aluminijskoj ploči na kojoj je smještena vakuumska komora ili u samoj komori.



Slika 3.13: Femtosekundni laser s erbijem dopiranim optičkim vlaknom. Desno je prikazana unutrašnjost tog lasera.

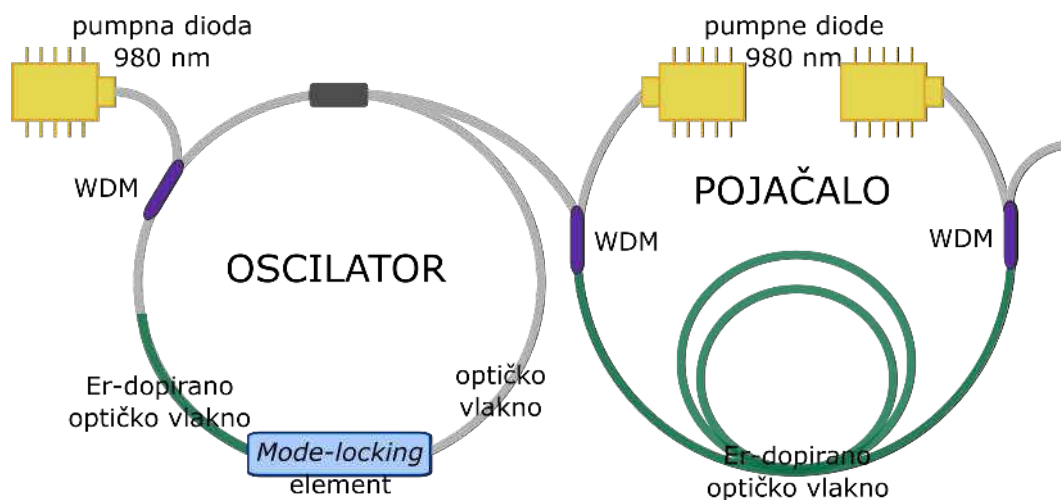
3.2 Optički frekventni češalj

U ovom poglavlju navesti ćemo karakteristike femtosekundnog lasera kojeg koristimo u eksperimentu, te objasniti način stabilizacije femtosekundnog optičkog frekventnog češlja. Detaljan opis femtosekundnog laserskog sistema dan je u doktorskom radu [42], dok se opis stabilizacije frekventnog češlja može naći u seminarskom radu [43].

3.2.1 Femtosekundni laser

Za generiranje optičkog frekventnog češlja koristimo femtosekundni laser s optičkim vlaknom dopiranim erbijevim ionima, *Femtofiber Scientific FFS Laser System, Toptica Photonics AG* (Slika 3.13). Glavni dijelovi tog laserskog sistema su oscilator i pojačalo (Slika 3.14). Laserski rezonator čini optičko vlakno u kružnoj konfiguraciji (eng. *ring cavity*), a aktivni laserski medij je upravo optičko vlakno dopirano erbijevim ionima Er^{3+} . Aktivni medij pumpan je laserskom diodom koja emitira svjetlost valne duljine 980 nm, a laserska akcija se zbiva u području valnih duljina oko 1550 nm. Također, rezultat primjese erbijevih iona u staklu od kojih je načinjeno optičko vlakno je veoma širok emisijski spektar [44], što ovaj aktivni medij čini veoma pogodnim za sprežanje modova, odnosno stvaranje ultrakratkih pulseva.

Za nastanak ultrakratkih pulseva potrebno je spregnuti modove laserskog rezonatora. U femtosekundnom laseru kojeg koristimo to je postignuto pasivnim sprežanjem modova koristeći efekt nelinearne polarizacijske rotacije [45]. Prolaskom kroz nelinearni medij, tj. optičko vlakno zakreće se ravnina polarizacije upadne svjetlosti, te je promjena polariza-



Slika 3.14: Shematski prikaz femtosekundnog laserskog sistema s erbijem dopiranim optičkim vlaknom. Pomoću WDM-a (eng. *Wavelength Division Multiplexer*) u optičko vlakno se uvode zrake različitih valnih duljina. *Mode-locking* element sadrži polarizacijske elemente u slobodnom prostoru: λ -pločice čijim se pravilnim namještanjem postiže sprezanje modova.

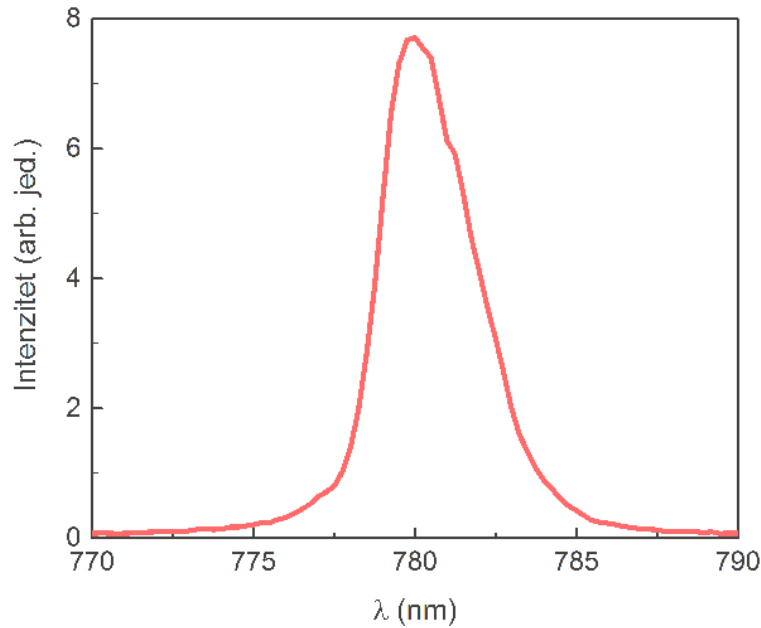
cijskog stanja proporcionalna intenzitetu svjetlosti. Prolaskom kroz polarizacijske elemente smještene u slobodnom prostoru laserskog rezonatora, postiže se transmisija dijela pulsa najvećeg intenziteta, te se time svakim prolaskom kroz laserski rezonator skraćuje trajanje pulsa. Detaljan opis ovog načina pasivnog sprezanja modova dan je u doktorskom radu [42].

Također, na jedno od zrcala u rezonatoru smješten je piezoelektrični element koji s obzirom na dovedeni napon pomiče zrcalo, čime mijenja duljinu laserskog rezonatora, a time i frekvenciju repeticije.

Nakon izlaska iz oscilatora, pulsevi dolaze u pojačalo kojeg čine dvije 980 nm laserske diode te optičko vlakno dopirano erbijevim ionima u kojem dolazi do pojačanja pulseva.

Korišteni femtosekundni laser s Er-dopiranim optičkim vlaknom stvara pulseve centralne valne duljine 1560 nm, frekvencije repeticije 80.53 MHz te trajanja pulsa $\tau_P \approx 200$ fs [46].

Kako se prijelaz za hlađenje atoma ^{87}Rb nalazi se u području valnih duljina oko 780 nm, koristimo jedinicu za udvostručavanje frekvencije putem procesa generiranja drugog harmonika (eng. *Second Harmonic Generation*, SHG). Radi se o nelinearnom procesu koji se zasniva na interakciji svjetlosti s nelinearnim kristalom prilikom čega dolazi do udvostručavanja frekvencije ulazne svjetlosti. Prema tome, prolaskom pulseva centralne valne duljine 1560 nm kroz SHG-kristal generiraju se pulsevi centralne valne duljine od 780 nm. Na Slici 3.15 prikazan je snimljeni spektar femtosekundnog laserskog zračenja na izlazu iz SHG jedinice.



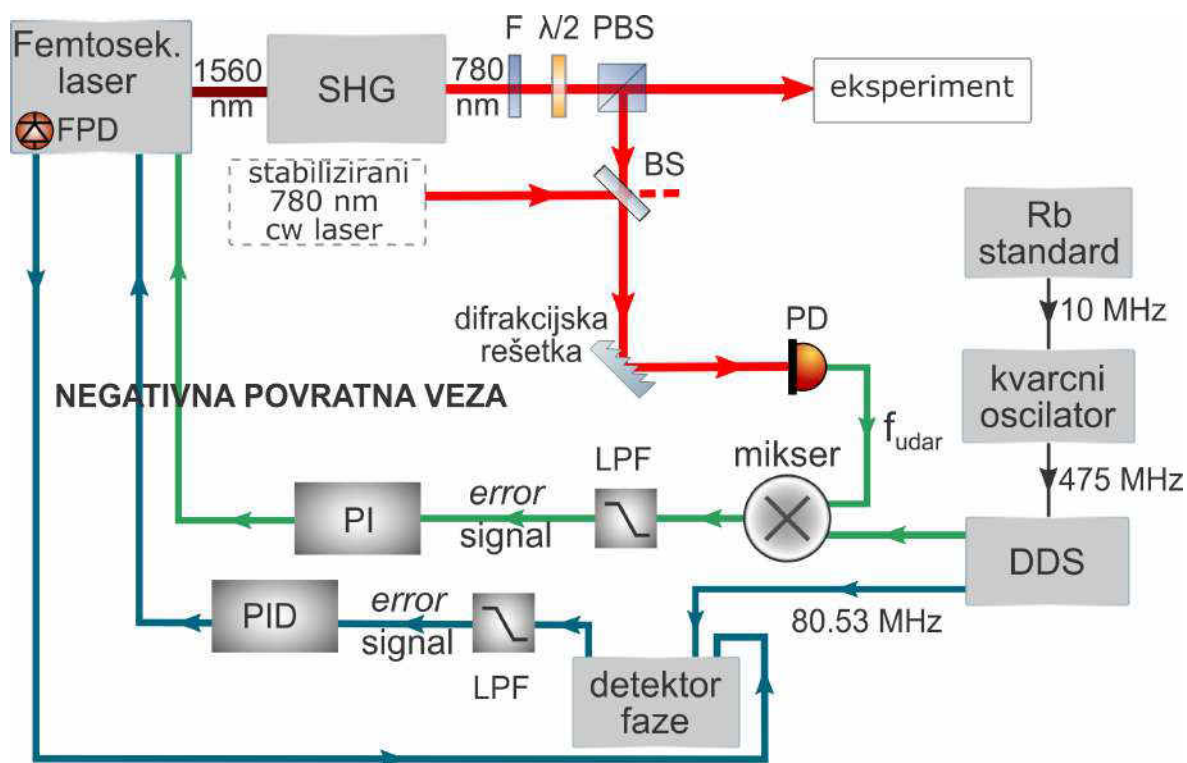
Slika 3.15: Spektar femtosekundnog lasera s Er-dopiranim optičkim vlaknom snimljen nakon izlaza iz jedinice za udvostručavanje frekvencije.

3.2.2 Stabilizacija optičkog frekventnog češlja

U poglavlju 2.4 vidjeli smo da su frekvencije modova frekventnog češlja određene sa dvije RF frekvencije, frekvencijom repeticije f_R te frekvencijom pomaka f_0 (izraz (2.16)). Za provedbu hlađenja atoma frekventnim češljem vrlo je bitno da su frekvencije modova dobro definirane, odnosno da nema frekventnih fluktuacija. Iz tog razloga potrebna je stabilizacija frekventnog češlja, odnosno stabilizacija frekvencije repeticije i frekvencije pomaka. Shematski prikaz postava za stabilizaciju frekventnog češlja dan je na Slici (3.16).

Tehnika stabilizacije frekventnog češlja korištena u eksperimentu zasniva se na prenošenju frekventne stabilnosti referentnih signala na frekvenciju repeticije i frekvenciju n -tog moda frekventnog češlja. U našem eksperimentu kao izvori referentnih signala korišteni su kvarcni oscilator referenciran na Rb frekventni standard i stabilizirani kontinuirani (cw) laser.

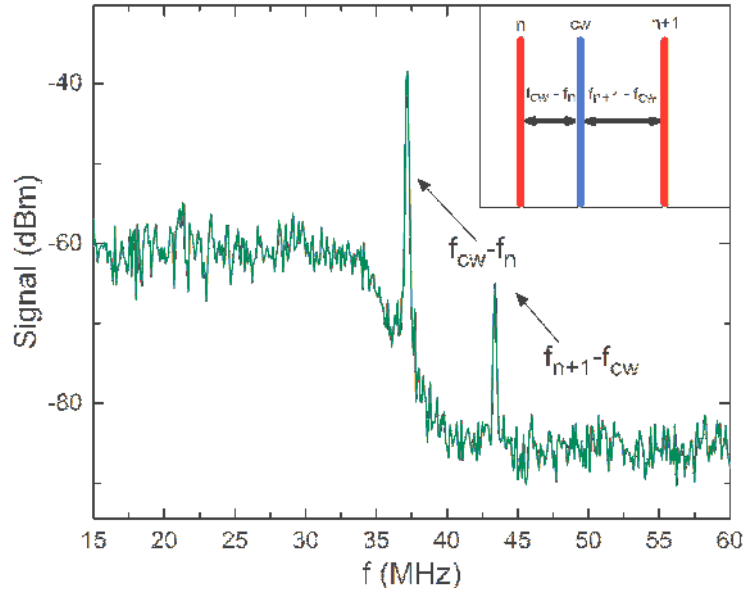
Frekvencija repeticije detektira se brzom fotodiodom smještenom unutar samog femtosekundnog lasera, te se tako generirani f_R -signal dovodi do detektora faze gdje se tehnikom fazno spregnute petlje (eng. *phase-locked loop*, PLL) fazno usklađuje s referentnim signalom. Fazni detektor je RF mikser na koji se osim f_R -signala dovodi i referentni signal koji



Slika 3.16: Shematski prikaz postava za stabilizaciju frekventnog češlja. Oznake: SHG-generator drugog harmonika; PBS-polarizacijski djelitelj snopa; BS-djelitelj snopa; F-filter; $\lambda/2$ -polarizacijska pločica; FPD-brza fotodioda; PD-fotodioda; LPF-niskopropusni filter.

je u ovom slučaju DDS-signal referenciran na kvarcni oscilator. DDS (eng. *direct digital synthesizer*) je generator frekvencija čiji se princip rada može naći u literaturi [47]. Kako frekvencija repeticije frekventnog češlja iznosi 80.53 MHz, DDS je namješten tako da generira signal upravo te frekvencije. Kada su frekvencije referentnog signala i f_R -signala jednake, na izlazu iz detektora faze se, s obzirom na razliku u fazi tih signala, generira *error* signal. *Error* signal je različit od nule u slučaju nejednakih faza navedenih signala. Nakon prolaska kroz PID regulator, naponski signal se dovodi natrag do femtosekundnog lasera, tj. do piezoelektričnog elementa koji s obzirom na dovedeni napon pomiče zrcalo smješteno u laserskom rezonatoru te na taj način, mijenjanjem duljine rezonatora, ispravlja frekvenciju repeticije, tj. vraća ju na referentnu vrijednost.

Stabilizacija frekvencije pomaka provodi se indirektno preko stabilizacije frekvencije n -tog moda frekventnog češlja f_n , te se temelji na stvaranju udara između jednomodnog stabiliziranog kontinuiranog lasera i n -tog moda frekventnog češlja. Kontinuirani laser koji koristimo je ranije spomenuti 780 nm ECDL proizvođača *MOGLabs* koji je polarizacijskom



Slika 3.17: Signal udara cw lasera i n -tog moda, te $n + 1$ moda frekventnog češlja. Na umetnutom grafu prikazan je i relativan odnos navedenih frekvencija.

spektroskopijom stabiliziran na frekvenciju pomaknutu u crveno od frekvencije prijelaza $^{87}\text{Rb } F = 2 \rightarrow F' = 3$ za 180 MHz ($\delta_{cw} = f_{cw} - f_{2 \rightarrow 3} = -180$ MHz). Laserska zraka tog lasera i zraka femtosekundnog lasera nakon izlaska iz SHG jedinice (780 nm) dovode se do zajedničke fotodiode gdje se stvara signal udara (eng. *beat signal*) čija je frekvencija

$$f_{udar} = \begin{cases} f_{cw} - f_n, & f_{cw} > f_n \\ f_n - f_{cw}, & f_{cw} < f_n \end{cases}. \quad (3.2)$$

Na Slici 3.17 prikazan je generirani signal udara cw lasera i n -tog moda, odnosno $n + 1$ moda frekventnog češlja. Signal udara se zatim dovodi u elektronički dio postava gdje se miješa s DDS-signalom³ referenciranim na Rb standard. Dobiveni *error* signal se prosljeđuje na PI regulator koji negativnom povratnom vezom regulira struju pumpnih dioda femtosekundnog lasera te time i stabilizira frekvenciju udara. Stabilizirana frekvencija cw lasera i frekvencije udara povlači i stabiliziranu frekvenciju n -tog tog moda frekventnog češlja. Također, stabilizirani n -ti mod frekventnog češlja i stabilizirana frekvencija repeticije znače da je stabilizirana i frekvencija pomaka, a time i svi modovi frekventnog češlja.

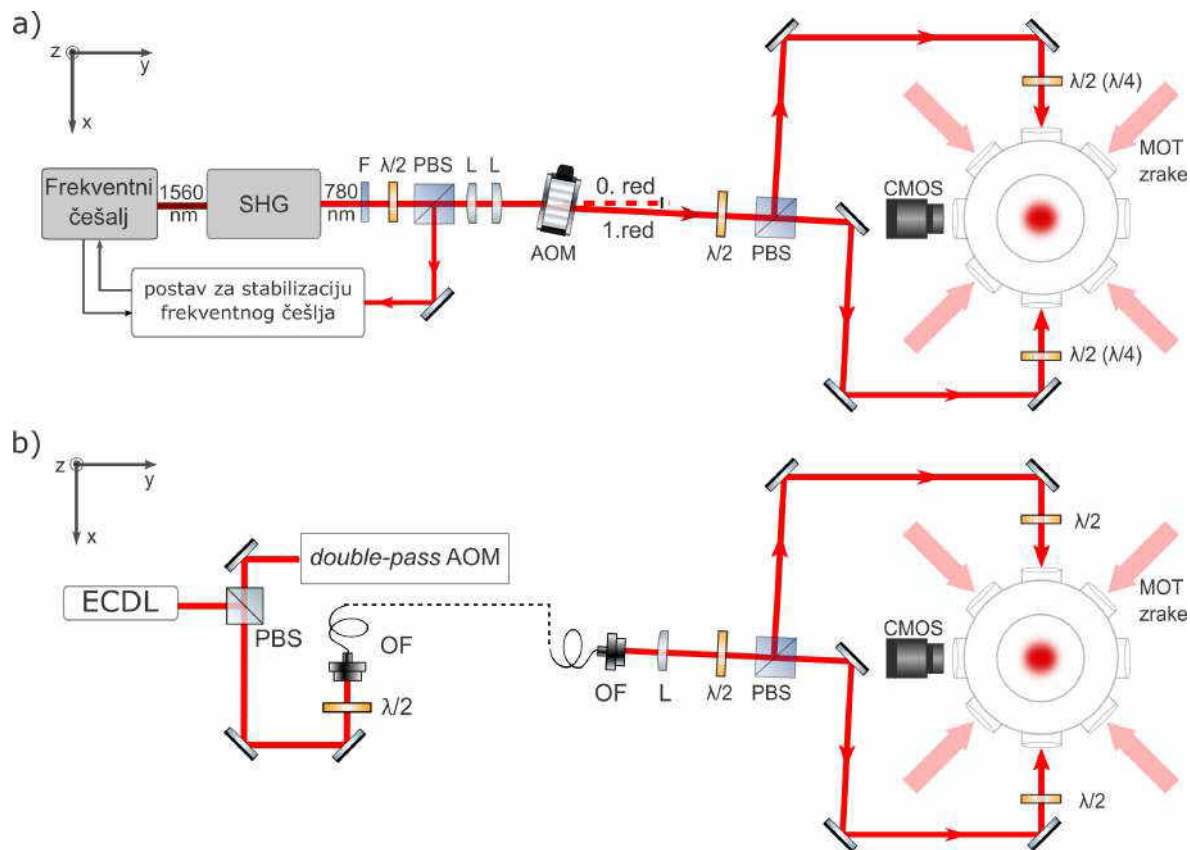
³DDS koji koristimo ima četiri izlazna kanala. Dok jedan kanal daje signal frekvencije 80.53 MHz potreban za stabilizaciju frekvencije repeticije, signal drugog kanala koristimo za stabilizaciju frekvencije udara.

3.3 Hlađenje atoma optičkim frekventnim češljem

Na Slici 3.18(a) dan je shematski prikaz postava za hlađenje atoma ^{87}Rb frekventnim češljem. Zraka stabiliziranog femtosekundnog lasera nakon izlaska iz SHG jedinice prolazi kroz akusto-optički modulator frekvencije $f_{RF} = 80$ MHz, a zraka 1. difrakcijskog reda se prosljeđuje na daljnji dio postava. Time je, dovođenjem TTL signala na AOM omogućeno brzo prekidanje zrake 1. reda. Ta se zraka zatim dovodi do polarizacijskog djelitelja snopa (PBS), koji s obzirom na polarizaciju upadne zrake dijeli zraku na dvije zrake, horizontalne i vertikalne polarizacije. Ispred PBS-a je postavljena $\lambda/2$ pločica kako bi se namjestio podjednak omjer snaga razdijeljenih zraka. Zatim se zrake pomoću zrcala uvode u vakuumsku komoru pod kutem od 45° u odnosu na zrake magneto-optičke stupice u horizontalnoj ravnini. Prije ulaska u komoru zrake prolaze kroz λ -pločice čime se kontrolira njihova polarizacija. Za zakretanje ravnine polarizacije linearno polariziranih femtosekundnih laserskih zraka koristimo $\lambda/2$ pločice, dok u slučaju prolaska kroz $\lambda/4$ pločice laserske zrake postaju kružno polarizirane. Također, ispred jednog od prozora komore smještena je CMOS kamera vertikalno u odnosu na os upada femtosekundne laserske zrake u komoru (x-os), te se njome snima fluorescencija atomskog oblaka u xz-ravnini.

Eksperimentalnu proceduru mjerenja i način određivanja temperature objasniti ćemo u sljedećem poglavlju.

Također, radi usporedbe i utvrđivanja efikasnosti hlađenja frekventnim češljem mjerenja su na isti način provedena i sa cw laserskom zrakom čiji je shematski prikaz postava dan na Slici 3.18(b). Frekvencija cw laserske zrake je mijenjana pomoću AOM-a u *double-pass* konfiguraciji, a dovođenjem TTL signala na AOM omogućeno je i njeno brzo prekidanje.



Slika 3.18: Shematski prikaz postava za hlađenje atomskog oblaka ^{87}Rb generiranog u magneto-optičkoj stupici optičkim frekventnim češljem. Oznake: SHG-generator drugog harmonika; F-filter; PBS-polarizacijski djelitelj zrake; L-leća; AOM-akusto-optički modulator; $\lambda/2$ i $\lambda/4$ -polarizacijska pločica; CMOS-kamera sa CMOS senzorom.

4 Rezultati

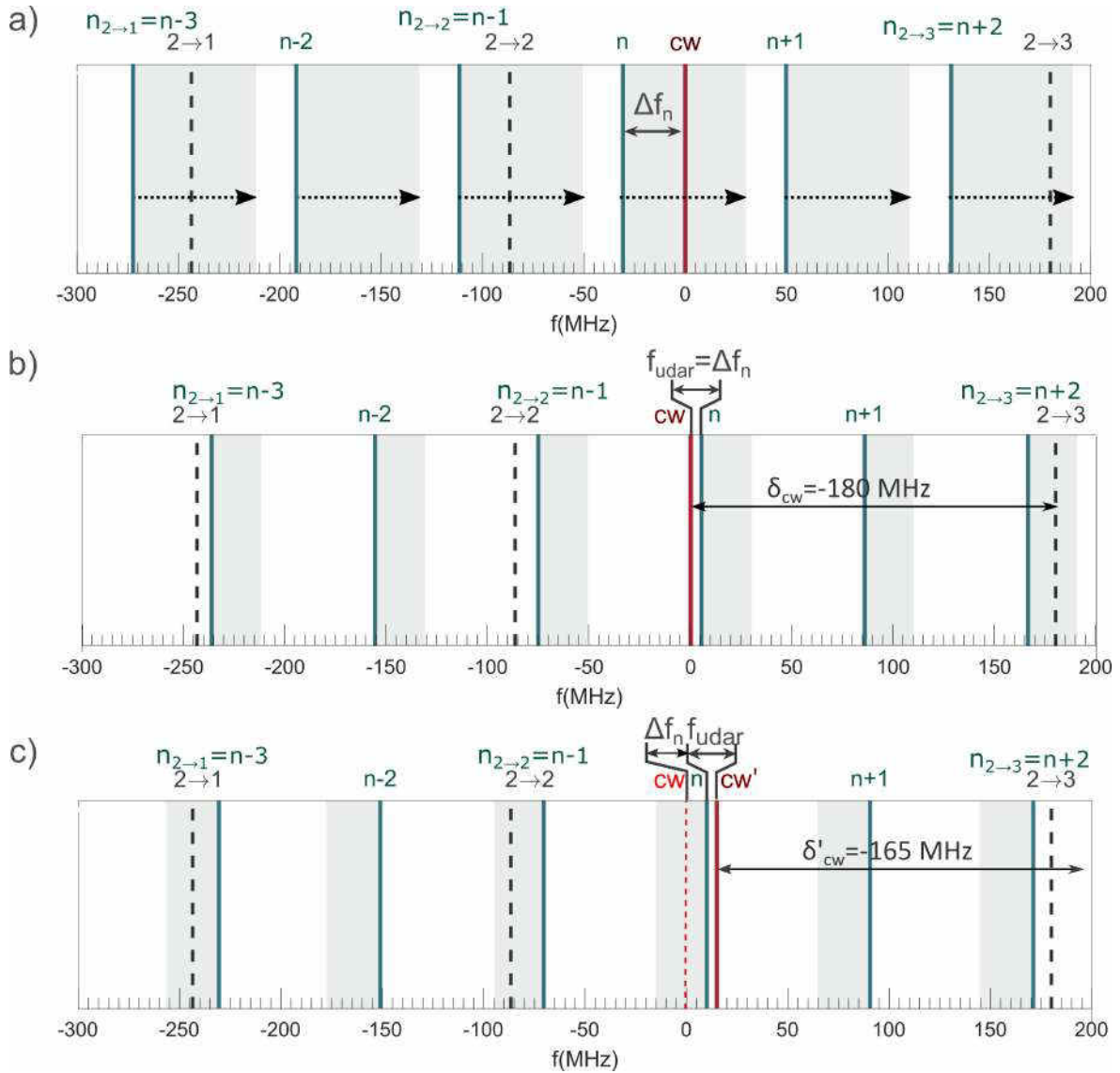
U eksperimentu je mjerena temperatura atoma rubidija ^{87}Rb i sila zračenja uslijed interakcije atoma s femtosekundnim frekventnim češljem. Polazišna točka u mjerenju je atomski oblak ^{87}Rb stvoren u magneto-optičkoj stupici (MOT). Za stvaranje atomskog oblaka ^{87}Rb u MOT-u, korištena je zraka za hlađenje snage $P = 15$ mW koja pobuđuje prijelaz $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$, zraka za naseljavanje snage $P = 3.8$ mW koja je rezonantna s prijelazom $5^2S_{1/2}(F = 1) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 2)$, te gradijent magnetskog polja iznosa $\partial B/\partial z = 11$ G/cm. Snage laserskih zraka izmjerene su prije PBS-ova kojima se dijele na tri zrake, a njihov promjer iznosi $d \approx 2.5$ cm. Zraka za hlađenje pomaknuta je u crveno od frekvencije prijelaza $F = 2 \rightarrow F' = 3$, a frekventni pomak iznosi $\delta = -16$ MHz.

Prilikom provedbe eksperimenta, ukupna je snaga zrake femtosekundnog lasera iznosila $P = 36$ mW. Znajući da frekvencija repeticije femtosekundnog frekventnog češlja iznosi $f_R = 80.53$ MHz, iz snimljenog spektra femtosekundnog lasera (Slika 3.15) odredili smo snagu pojedinih linija frekventnog češlja oko 780 nm, koja iznosi $P \approx 1\mu\text{W}$. Također je CCD kamerom snimljen poprečni presjek femtosekundne laserske zrake, a iz raspodjele intenziteta snimljene svjetlosti je određen njen polumjer, koji iznosi $r = 0.68$ mm. Prema tome, intenzitet linije frekventnog češlja kojom hladimo atomski oblak iznosi $I = P/(r^2\pi) \approx 0.07$ mW/cm².

Sila zračenja i temperatura mjerene su u ovisnosti o frekvenciji $n_{2 \rightarrow 3}$ -tog moda frekventnog češlja koji je rezonantan s $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$ prijelazom atoma ^{87}Rb . Kako se ta frekvencija mijenja, shematski je prikazano na Slici 4.1. Mijenjanjem frekvencije udara između n -tog moda frekventnog češlja i stabiliziranog lasera kontinuirane emisije (cw), efektivno se mijenja frekvencija pomaka frekventnog češlja (izraz (2.16)) te shodno tome i frekvencije modova. Dakle, mijenjanjem frekvencije udara mijenjamo *detuning* $n_{2 \rightarrow 3}$ -tog moda frekventnog češlja od frekvencije prijelaza $F = 2 \rightarrow F' = 3$. Isto vrijedi i za ostale modove koji su u rezonantnoj interakciji s drugim prijelazima atoma ^{87}Rb .

Promjena frekvencije udara vrši se mijenjanjem frekvencije DDS-signalna na koji je frekvencija udara referencirana, kao što objašnjeno u poglavlju 3.2.2.

Mijenjanjem frekvencije udara u frekventnom području $5 < f_{udar} < 30$ MHz moguće je postići promjenu frekvencija modova frekventnog češlja za Δf_n , gdje je $-30 < \Delta f_n < 30$ MHz (Slika 4.1(a)). Pri tome je Δf_n definiran kao frekventni pomak n -tog moda frekventnog



Slika 4.1: Shematski prikaz frekventnog odnosa frekvencija prijelaza atoma ^{87}Rb (crne crtkane linije), stabiliziranog cw lasera (crvena puna linija) i modova frekventnog češlja (zelene pune linije) u slučaju kada je a) $\Delta f_n = -30$ MHz; b) i c) $\Delta f_n = 5$ MHz. a) Plavim osjenčanim područjima su označeni cijeli frekventni intervali unutar kojih se frekvencije modova mijenjaju za Δf_n , gdje je $-30 < \Delta f_n < 30$ MHz, pri mijenjanju frekvencije udara od 5 MHz do 30 MHz. b) Plavim osjenčanim područjima prikazani su i zasebni frekventni intervali unutar kojih se mijenjaju frekvencije modova u slučaju $\delta_{cw} = -180$ MHz i n -tog moda u plavom od frekvencije cw lasera te c) $\delta'_{cw} = -165$ MHz i n -tog moda u crvenom, pri mijenjanju frekvencije udara od 5 MHz do 30 MHz. Prikazana je relativna frekventna skala u odnosu na frekvenciju cw lasera *detuning*-a $\delta_{cw} = -180$ MHz.

češlja od stabiliziranog cw lasera čiji *detuning* od $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$ prijelaza atoma ^{87}Rb iznosi $\delta_{cw} = -180$ MHz. Dakle, vrijedi $\Delta f_n = f_n - f_{cw}$. Za navedeni interval frekventnog pomaka, Δf_n nije moguće kontinuirano mijenjati frekvenciju udara pa se cijeli interval dobije spajanjem tri nezavisna frekventna intervala: $5 < \Delta f_n < 30$ MHz, $-30 <$

$\Delta f_n < -5$ MHz i $-15 < \Delta f_n < 10$ MHz.

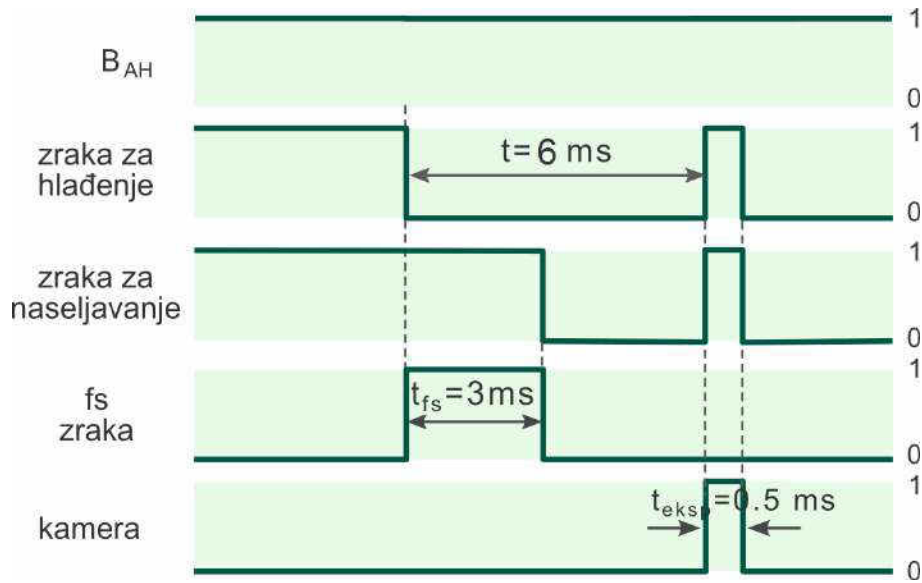
Na Slici 4.1(b) prikazano je kako se mijenjanjem frekvencije udara postiže promjena frekvencije modova frekventnog češlja za $5 < \Delta f_n < 30$ MHz. Mod n frekventnog češlja pomaknut je u plavo (na više frekvencije) od frekvencije cw lasera, čiji *detuning* iznosi $\delta_{cw} = -180$ MHz. U ovoj konfiguraciji, frekvencija udara jednaka je frekventnom pomaku: $f_{udar} = f_n - f_{cw} = \Delta f_n$. Stoga, mijenjanjem frekvencije udara u intervalu $5 < f_{udar} < 30$ MHz, mijenja se frekventni pomak modova frekventnog češlja u istom intervalu.

U slučaju kada je n -ti mod frekventnog češlja pomaknut u crveno (na niže frekvencije) od frekvencije cw lasera, vrijedi $f_{udar} = f_{cw} - f_n = -\Delta f_n$. Dakle, mijenjanjem frekvencije udara od 5 MHz do 30 MHz, frekventni pomak Δf_n mijenja se od -5 MHz do -30 MHz.

Mijenjanje frekvencija modova za Δf_n , gdje je $-15 < \Delta f_n < 10$ MHz postignuto je sa cw laserom čiji je *detuning* $\delta'_{cw} = -165$ MHz, te n -tim modom frekventnog češlja u crvenom od frekvencije cw lasera (Slika 4.1(c)). Budući da je frekventni pomak, Δf_n definiran u odnosu na frekvenciju cw lasera čiji *detuning* iznosi $\delta_{cw} = -180$ MHz, u ovom slučaju vrijedi $f_{udar} = f'_{cw} - f_n = f_{cw} - f_n + 15$ MHz = $-\Delta f_n + 15$ MHz. Pri tome su f'_{cw} i f_{cw} frekvencije cw lasera čiji je *detuning* $\delta'_{cw} = -165$ MHz i $\delta_{cw} = -180$ MHz, respektivno. Dakle, mijenjanjem frekvencije udara od 5 MHz do 30 MHz u ovoj konfiguraciji, frekventni pomak Δf_n mijenja se od -15 MHz do -10 MHz.

4.1 Sila zračenja na atome uslijed interakcije s optičkim frekventnim češljem

Sila zračenja je mjerena na način da je prije ulaska u vakuumsku komoru prekrivena jedna od suprotno propagirajućih femtosekundnih laserskih zraka kojima hladimo atome ^{87}Rb . Eksperimentalni protokol za mjerenje sile zračenja uslijed interakcije s optičkim frekventnim češljem prikazan je na Slici 4.2. Početnu točku u mjerenju predstavlja atomski oblak ^{87}Rb stvoren u MOT-u. U trenutku kad isključimo zraku za hlađenje, upalimo zraku femtosekundnog lasera. Femtosekundni laser međudjeluje s atomskim oblakom u vremenu $t_{fs} = 3$ ms, nakon čega zraku gasimo. Potom nakon vremena $t = 6$ ms od trenutka gašenja lasera za hlađenje, palimo kameru i laser za hlađenje kako bi snimili fluorescenciju atomskog oblaka. Laser za hlađenje se pali kako bi inducirao fluorescenciju, tj. emisiju fotona, koja se onda snima CMOS kamerom. Mjerenja vršimo s upaljenim magnetskim poljem B_{AH} , koje stva-



Slika 4.2: Eksperimentalni protokol (0: ugašeno, 1: upaljeno) za mjerenje sile zračenja uslijed interakcije atoma s femtosekundnim laserom.

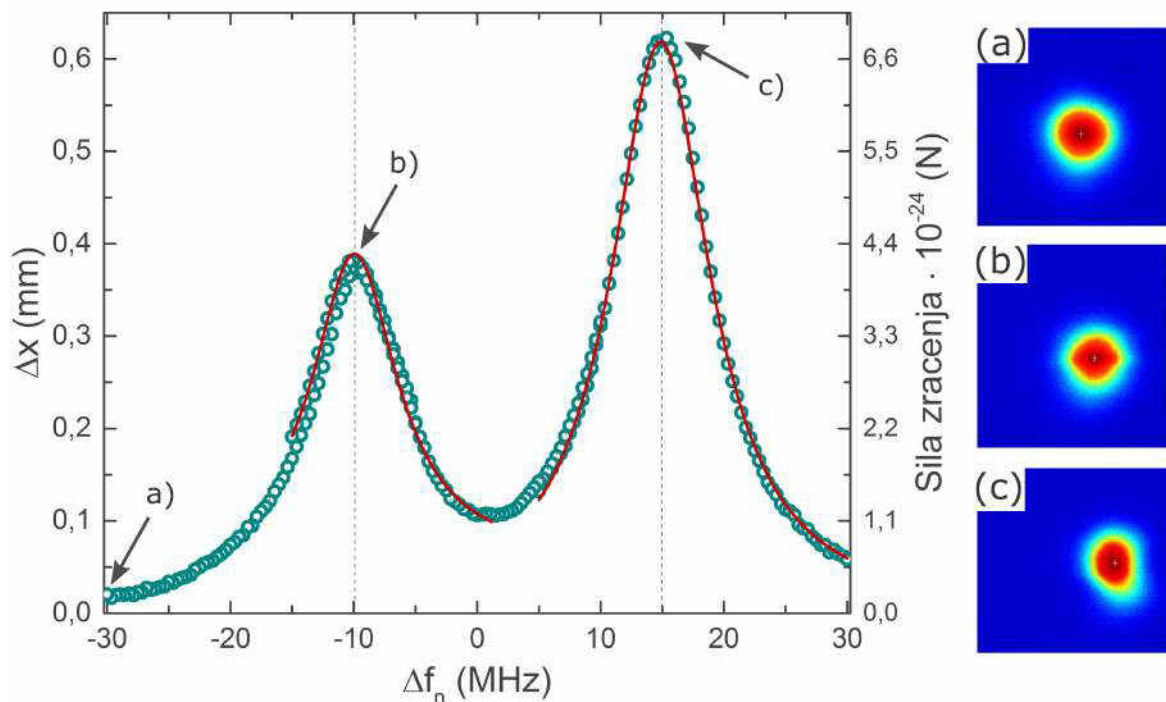
raju zavojnice u anti-Helmholtz konfiguraciji. Protokol se ponavlja za različite frekvencije pomaka frekventnog češlja, Δf_n u intervalu $-30 < \Delta f_n < 30$ MHz.

Iz snimljenih slika fluorescence, Gaussovom prilagodbom na gustoću raspodjele atomskog oblaka određujemo položaj centra mase oblaka kao centar Gaussijana. Ovaj postupak detaljnije je objašnjen u narednom poglavlju. Također, određujemo položaj centra mase oblaka u slučaju bez uključivanja femtosekundne laserske zrake. Iz razlike položaja centra mase sa i bez femtosekundnog lasera, određujemo pomak centra mase atomskog oblaka pod utjecajem sile zračenja, Δx .

Sila zračenja koja je posljedica interakcije atoma ^{87}Rb i femtosekundnog laserskog zračenja, proporcionalna je pomaku centra mase atomskog oblaka. Silu zračenja računamo iz izmjenog pomaka razmatrajući jednoliko ubrzano gibanje oblaka pod utjecajem sile zračenja u vremenu interakcije $t_{fs} = 3$ ms, te gibanje konstantnom brzinom nakon gašenja femtosekundne laserske zrake u vremenskom intervalu (do trenutka snimanja oblaka u $t = 6$ ms) $\Delta t = t - t_{fs} = 3$ ms.

Također, sila zračenja proporcionalna je naseljenosti pobuđenog stanja, odnosno apsorpciji (izraz 2.1). Možemo očekivati da će pomak biti maksimalan, a time i sila te apsorpcija, u slučaju kada je određeni mod frekventnog češlja u rezonanciji s atomskim prijelazom.

Rezultati mjerenja sile zračenja u ovisnosti o frekvenciji pomaka modova frekventnog



Slika 4.3: Sila zračenja femtosekundnog frekventnog češlja na atome ^{87}Rb u ovisnosti o frekventnom pomaku modova frekventnog češlja. Sila je izračunana preko izmjerenog pomaka centra mase atomskog oblaka Δx . Prikazana je i prilagodba Lorentziana na izmjerene apsorpcijske linije (crvena linija), te položaji atomskog oblaka za tri različite frekvencije pomaka (desno).

češlja, Δf_n prikazana je na Slici 4.3. Prikazan je interval frekventnog pomaka $-30 < \Delta f_n < 30$ MHz koji odgovara pomaku frekvencije udara $5 < f_{udar} < 30$ MHz u tri neovisna frekventna područja, što je detaljno opisano u prošlom poglavlju. Linija koja se pojavljuje na frekvenciji $\Delta f_n \approx 15$ MHz posljedica je rezonantne interakcije $n_{2 \rightarrow 3}$ moda frekventnog češlja i atomskog oblaka na prijelazu $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$, dok je linija na $\Delta f_n \approx -10$ MHz posljedica interakcije $n_{2 \rightarrow 2}$ i $n_{2 \rightarrow 1}$ moda frekventnog češlja i atomskog oblaka na prijelazu $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 2)$ i $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 1)$, respektivno (Slika 4.1).

Prilagodbom Lorentziana na izmjerene linije, za njihove širine dobivamo (8.4 ± 0.2) MHz (linija na $\Delta f_n \approx -10$ MHz) i (9.8 ± 0.8) MHz (linija na $\Delta f_n \approx 15$ MHz). Širine tih linija veće su od prirodne širine linije $\Gamma/(2\pi) = 6.065$ MHz. Uzroci širenja su prisutnost magnetskog polja, zbog kojeg dolazi do Zeemanovog cijepanja magnetskih podnivoa, kao i širine linija frekventnog češlja koje interagiraju s atomima.

4.2 Hlađenje atoma optičkim frekventnim češljem

Hlađenje atoma ^{87}Rb provedeno je u nekoliko eksperimentalnih konfiguracija. Na početku ovog poglavlja objasniti ćemo eksperimentalnu proceduru za mjerenje temperature atoma, a zatim iznijeti rezultate.

Eksperimentalni protokol za mjerenje temperature atoma ^{87}Rb pri interakciji s femtosekundnim frekventnim češljem shematski je prikazan na Slici 4.4. Početnu točku u mjerenju predstavlja atomski oblak ^{87}Rb stvoren u MOT-u. U trenutku kad isključimo zraku za hlađenje, upalimo suprotno propagirajuće zrake femtosekundnog lasera. Femtosekundni laser međudjeluje s oblakom hladnih atoma tijekom vremena t_{fs} , nakon čega te zrake gasimo. Potom nakon vremena t od trenutka gašenja lasera za hlađenje, palimo kameru i laser za hlađenje kako bi snimili fluorescenciju atomskog oblaka. Također, i za vrijeme interakcije femtosekundnog lasera s atomskim oblakom i za vrijeme snimanja oblaka, upaljena je zraka za naseljavanje. Nakon određenog vremena ponovno se pali laser za hlađenje, kako bi se u magneto-optičkoj stupici ponovno generirao atomski oblak, te se eksperimentalni protokol ponavlja za različita vremena ekspanzije t . Ta se tehnika mjerenja temperature naziva tehnika vremena proleta (eng. *Time of Flight*, TOF Technique).

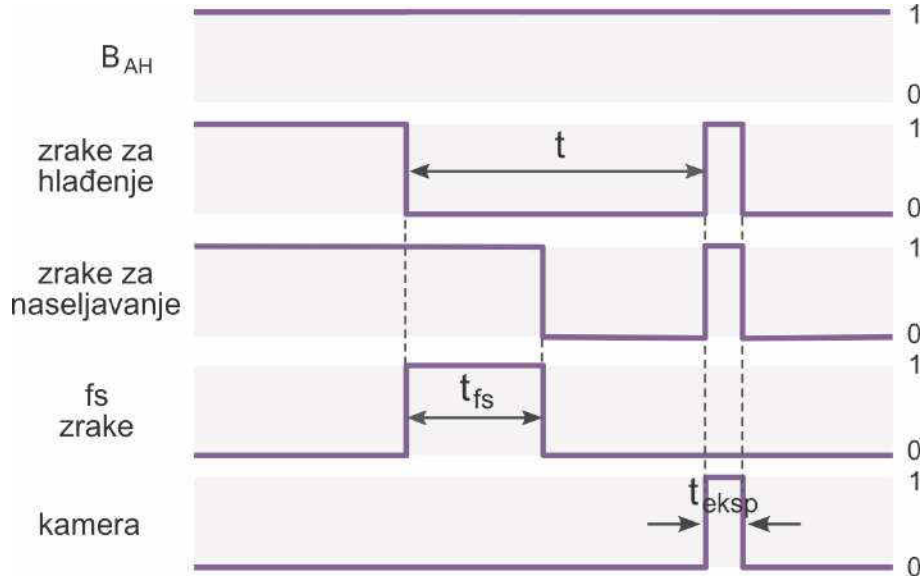
Iako se standardno tehnika vremena proleta provodi uz gašenje magnetskog polja anti-Helmholtz zavojnica za vrijeme ekspanzije, zbog sporo relaksirajućih vrtložnih struja (poglavlje 3.1.4), mjerenja provodimo uz upaljeno magnetsko polje.

Nakon gašenja femtosekundnog lasera, na atome ne djeluje sila, te se oblak hladnih atoma počinje izotropno širiti. Razmotrimo širenje u 1D slučaju. Pretpostavimo da je raspodjela brzina atoma u oblaku Maxwell-Boltzmannova:

$$P(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi k_B T_x} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2k_B T_x}\right), \quad (4.1)$$

pri čemu je k_B Boltzmannova konstanta, m masa atoma, v_x brzina atoma u x-smjeru, a T_x odgovarajuća temperatura atomskog oblaka (izraz (2.5)). Uzmimo u obzir i da atomski oblak ima nezanemarive dimenzije. Ako pretpostavimo jednoliku temperaturu oblaka, početna prostorna raspodjela atomskog oblaka dana je Gaussovom raspodjelom:

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left(\frac{-x^2}{2\sigma_x^2}\right), \quad (4.2)$$



Slika 4.4: Eksperimentalni protokol (0: ugašeno, 1: upaljeno) za hlađenje atoma optičkim frekventnim češljem i mjerenje temperature. Sa t_{eksp} je označeno vrijeme ekspozicije koje u ekperimentu iznosi $t_{eksp} = 0.5$ ms.

gdje je σ_x standardna devijacija raspodjele. Za radijus oblaka uzimamo σ_x . Ukupna distribucija atoma u oblaku je funkcija od x i v_x . Njenom integracijom po prostoru, uz $v_x = xt$, za promjenu radijusa atomskog oblaka u vremenu ekspanzije t dobivamo [48]:

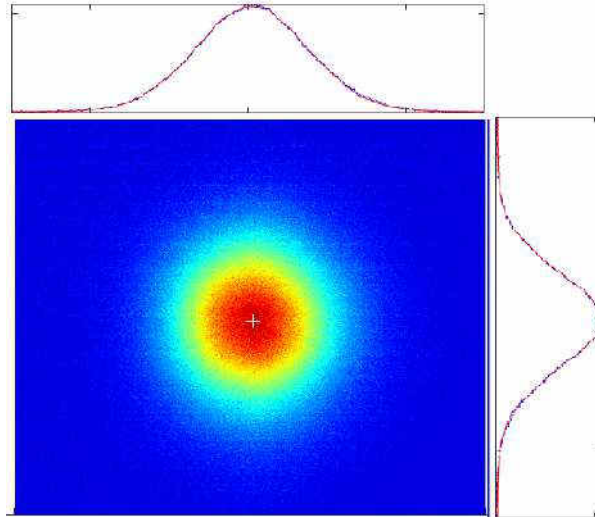
$$\sigma_x(t) = \sqrt{\sigma_0^2 + \frac{k_B T_x}{m} t^2}, \quad (4.3)$$

pri čemu je σ_0 početni radijus atomskog oblaka.

Kako bi odredili distribuciju gustoće atomskog oblaka, kamerom snimamo 2D slike (u xz-ravnini) fluorescencije oblaka u različitim trenucima ekspanzije t . Za svaku snimljenu sliku fluorescencije, centar mase (x_0, z_0) i radijus oblaka (σ_x, σ_z) određujemo prilagodbom raspodjele gustoće atoma na Gaussovu raspodjelu (Slika (4.5)):

$$P(x, z) = A \exp\left(-\frac{(x_0 - x)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(z_0 - z)^2}{2\sigma_z^2}\right). \quad (4.4)$$

Određivanjem radijusa oblaka u različitim vremenima ekspanzije t , dobivamo $\sigma_x^2 - t^2$ ovisnost oblaka. Linearnom prilagodbom $y = ax + b$, gdje je $y = \sigma_x^2$, a $x = t^2$, dobivamo vrijednosti koeficijenta smjera pravca a i odsječka na y-osi b . Iz koeficijenta smjera pravca određujemo temperaturu atoma (izraz (4.3)):



Slika 4.5: Snimljena fluorescencija atomskog oblaka. Prikazana je prilagodba raspodjele gustoće atoma (plava linija) na Gaussovu raspodjelu (crvena linija).

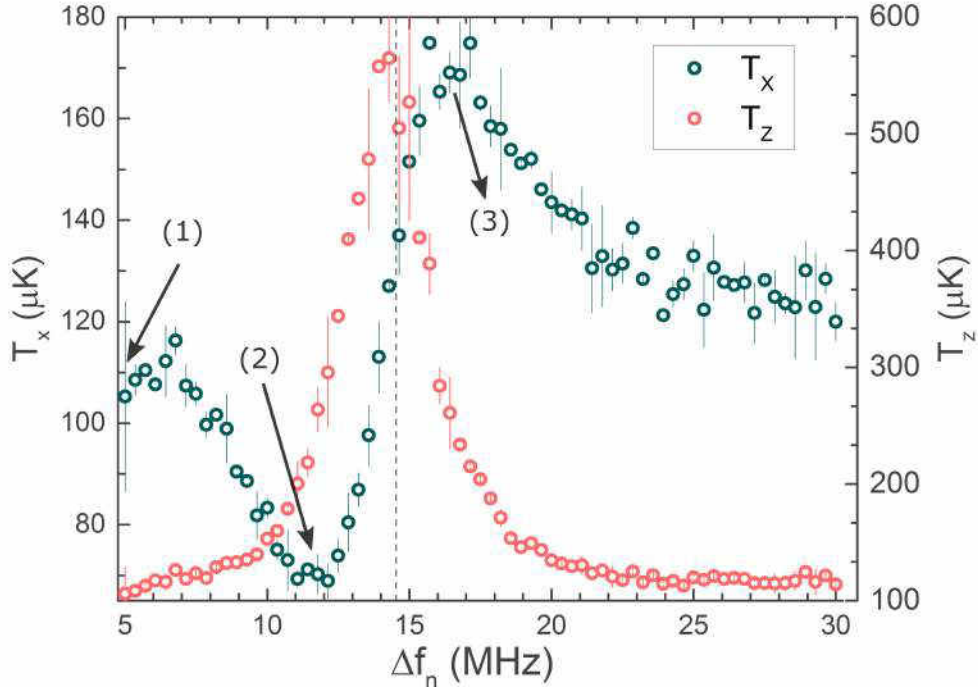
$$T_x = a \frac{m}{k_B}. \quad (4.5)$$

4.2.1 Ovisnost hlađenja o polarizaciji femtosekundnih zraka

Hlađenje atoma ^{87}Rb optičkim frekventnim češljem provedeno je za različite konfiguracije polarizacija femtosekundnih laserskih zraka. Vrijeme međudjelovanja atoma s femtosekundnim laserskim zrakama iznosilo je $t_{fs} = 3$ ms, a fluorescencija atomskog oblaka snimljena je u vremenima ekspanzije $t = 8 - 12$ ms u koracima od 1 ms. To vrijeme ekspanzije odnosi se na vrijeme proteklo od trenutka gašenja lasera za hlađenje (Slika 4.4). Vrijeme ekspozicije kamere iznosilo je $t_{eksp} = 0.5$ ms. Svako mjerenje temperature ponavljeno je više puta iz čega je dobivena i statistička greška izmjerene temperature.

LIN || LIN KONFIGURACIJA

Rezultati mjerenja u slučaju konfiguracije suprotno propagirajućih femtosekundnih laserskih zraka čije su polarizacije međusobno paralelne i usmjerene duž z-osi prikazani su na Slici 4.6. Mjerenja temperature su provedena u ovisnosti o frekventnom pomaku modova frekventnog češlja i to u području $5 < \Delta f_n < 30$ MHz, gdje se očekuje rezonantna interakcija $n_{2 \rightarrow 3}$ -tog moda frekventnog češlja i atoma na prijelazu $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$ (vidi Sliku 4.3). Položaj maksimuma sile zračenja označen je crtkanom linijom, a određen

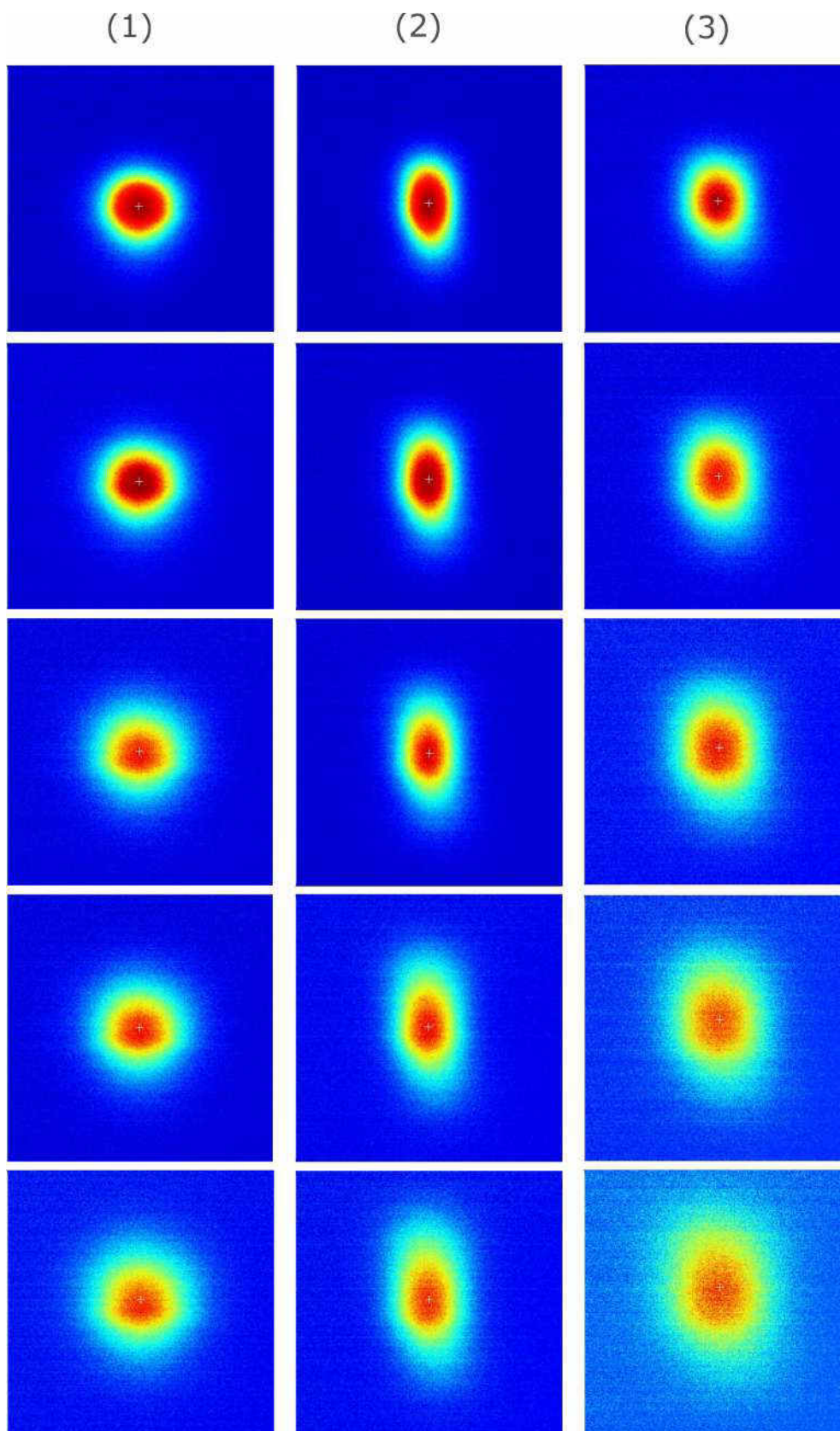


Slika 4.6: Ovisnost temperature atoma ^{87}Rb o frekventnom pomaku modova frekventnog češlja u slučaju interakcije s femtosekundnim laserskim zrakama u lin ||lin konfiguraciji. Crtkanom linijom naznačen je položaj maksimuma sile zračenja.

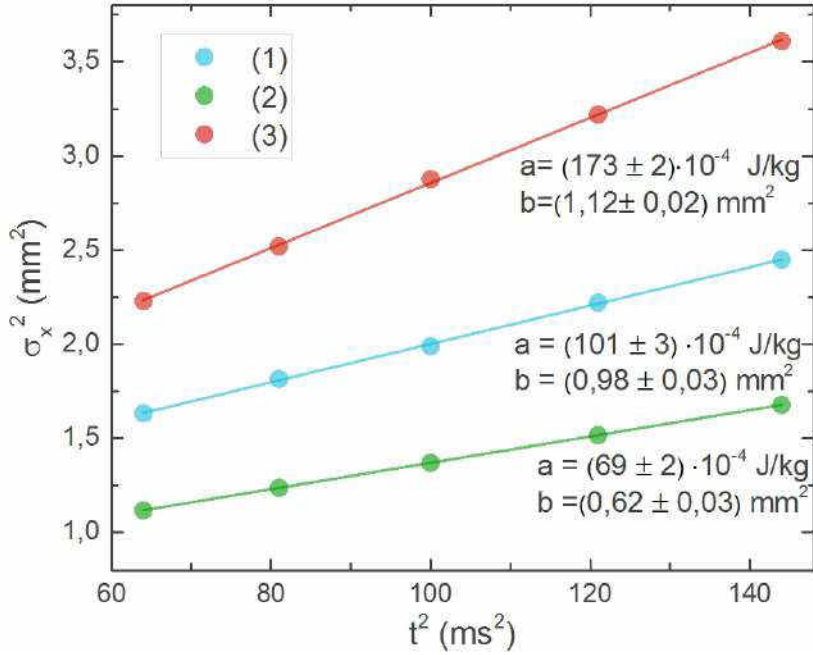
je iz mjerenja sile zračenja koje se je provodilo paralelno s mjerenjem temperature. Početna temperatura atoma prije međudjelovanja s femtosekundnim zračenjem izmjerena je u slučaju kada nema međudjelovanja s femtosekundnim laserom, te iznosi $T_0 \approx 120 \mu\text{K}$. Sa Slike 4.6 jasno je vidljivo da se za frekventne pomake daleko od rezonancije, temperatura atoma približava upravo toj početnoj temperaturi. Za frekvencije pomaka za koje je $n_{2 \rightarrow 3}$ mod frekventnog češlja pomaknut u crveno od $F = 2 \rightarrow F' = 3$ rezonancije, dolazi do snižavanja temperature atoma ispod početne temperature, tj. dolazi do dodatnog hlađenja. Minimalna temperatura postignuta hlađenjem frekventnim češljem iznosi $T_{x,min} = 67 \pm 2 \mu\text{K}$. Temperatura se zatim povećava, te na frekvencijama većim od rezonantne, gdje dolazi do ubrzanja atoma, poprima maksimalnu vrijednost. Nakon toga se temperatura frekventnim udaljavanjem $n_{2 \rightarrow 3}$ -tog moda frekventnog češlja od rezonantne frekvencije smanjuje prema početnoj vrijednosti T_0 . Na Slici 4.6 prikazana je i temperatura atomskog oblaka u z-smjeru, T_z , te možemo primijetiti njeno povećanje u slučaju kada je $n_{2 \rightarrow 3}$ -ti mod rezonantan s atomskim prijelazom. Naime, spontano emitirani fotoni koji su posljedica usmjerene interakcije između femtosekundnog laserskog zračenja i atoma rubidija, zbog svoje nasumične prirode

uzrokuju grijanje u svim smjerovima. Kako parom femtosekundnih laserskih zraka hladimo atome samo u x -smjeru, u z -smjeru se odvija samo proces grijanja. Najveća temperatura T_z se pojavljuje upravo na položaju maksimalne sile zračenja gdje je i maksimalna apsorpcija, odnosno spontana emisija fotona.

Na Slici 4.7 prikazane su slike fluorescencije atomskog oblaka u vremenima ekspanzije $t = 8 - 12$ ms za tri različite frekvencije $n_{2 \rightarrow 3}$ -tog moda frekventnog češlja. Te su frekvencije naznačene na Slici 4.6: (1) frekvencija koja je daleko od rezonantne frekvencije, (2) frekvencija minimalne temperature, (3) frekvencija maksimalne temperature. Na frekvenciji minimalne temperature možemo primijetiti kako je oblak spljošten u x -smjeru. Razlog je smanjenje brzina atoma pod utjecajem sile zračenja femtosekundnih laserskih zraka, čime je smanjeno širenje oblaka u x -smjeru. Na Slici 4.8 su za navedene frekvencije dane odgovarajuće ovisnosti kvadrata polumjera atomskog oblaka σ_x^2 o kvadratu vremena ekspanzije t^2 sa pravcima linearne prilagodbe, iz čijih je nagiba preko izraza (4.5) određena temperatura T_x .



Slika 4.7: Slike fluorescencije oblaka snimljene u vremenima ekspanzije $t = 8 - 12$ ms (odozgo prema dolje) u koracima od 1 ms za tri različite frekvencije $n_{2 \rightarrow 3}$ -tog moda frekventnog češlja: (1) frekvencija koja je daleko od rezonantne frekvencije, (2) frekvencija minimalne temperature, (3) frekvencija maksimalne temperature u x smjeru.



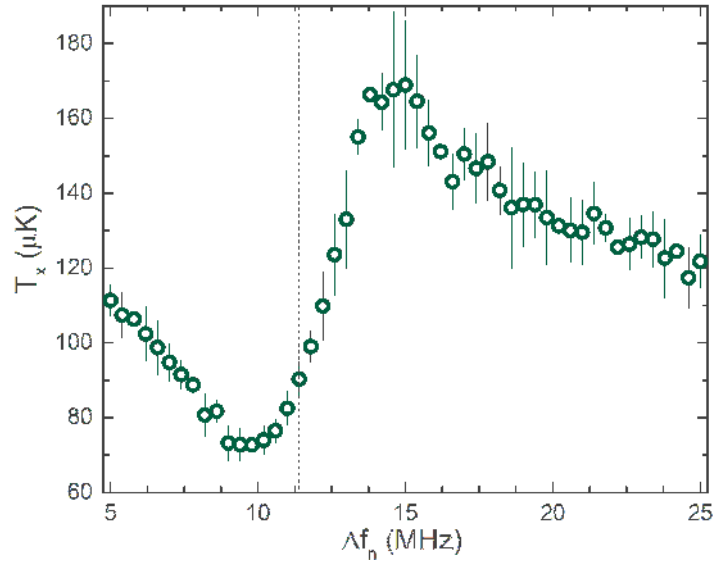
Slika 4.8: Ovisnost $\sigma_x^2 - t^2$ u slučaju lin||lin polarizacije femtosekundnih laserskih zraka za tri različite frekvencije $n_{2 \rightarrow 3}$ -tog moda frekventnog češlja: (1) frekvencija daleko od rezonantne, (2) frekvencija minimalne temperature, (3) frekvencija maksimalne temperature. Prikazani su pravci linearne prilagodbe $y = ax + b$, pri čemu je $y = \sigma_x^2$, $x = t^2$, te su navedeni dobiveni koeficijenti smjera pravca $a = k_B T_x / m$ i odsječci na y-osi $b = \sigma_0^2$.

LIN \perp LIN KONFIGURACIJA

Mjerenja temperature su izvršena i za konfiguraciju suprotno propagirajućih femtosekundnih laserskih zraka čije su polarizacije međusobno okomite. Rezultati su prikazani na Slici 4.9. Hlađenje je provedeno uz iste eksperimentalne parametre kao i u lin || lin konfiguraciji, na atomskom oblaku početne temperature $T_0 \approx 120 \mu\text{K}$. Interakcijom $n_{2 \rightarrow 3}$ -tog moda frekventnog češlja i atoma ^{87}Rb dobivena je minimalna temperatura atoma $T_{x,min} = (72 \pm 4) \mu\text{K}$.

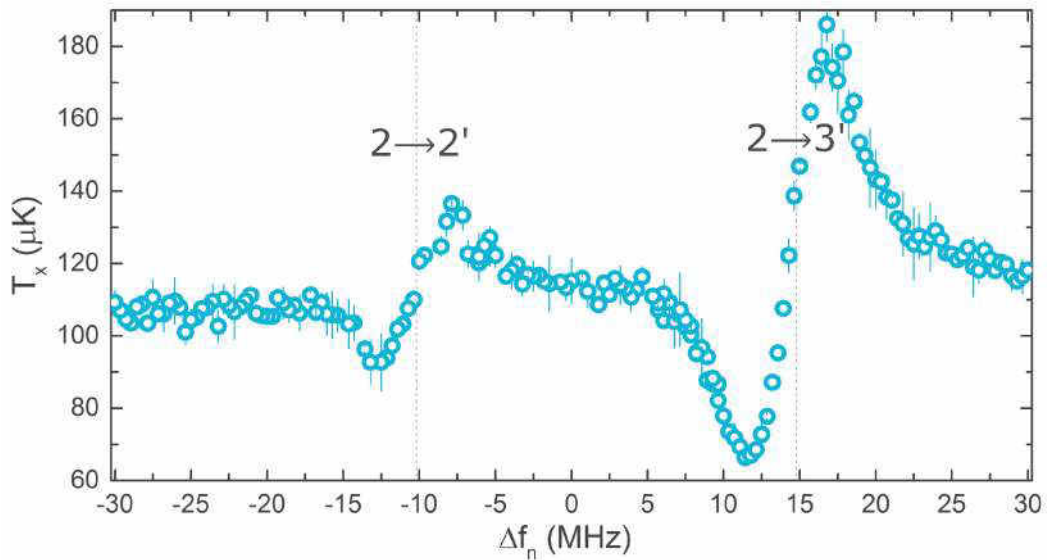
$\sigma^+ - \sigma^+$ KONFIGURACIJA

Hlađenje frekventnim češljem provedeno je i sa suprotno propagirajućim femtosekundnim laserskim zrakama kružne σ^+ polarizacije. Mjerenje temperature je izvršeno u području frekventnih pomaka modova frekventnog češlja $-30 < \Delta f_n < 30 \text{ MHz}$. Rezultati mjerenja prikazani su na Slici 4.10. Osim hlađenja koje je rezultat interakcije frekventnog češlja i atoma ^{87}Rb na prijelazu $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$, uočavamo i hlađenje uzrokovano

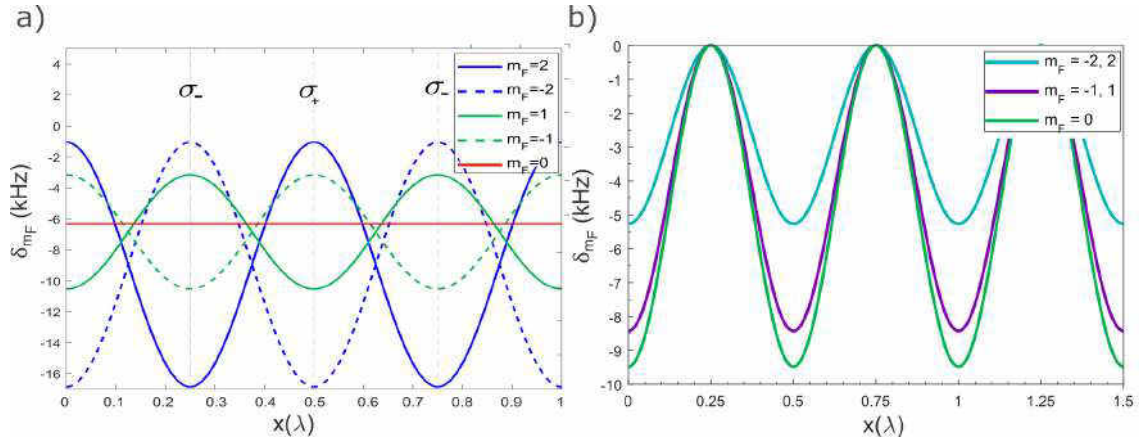


Slika 4.9: Ovisnost temperature atoma ^{87}Rb o frekvenciji pomaka modova frekventnog češlja u slučaju $\text{lin} \perp \text{lin}$ konfiguracije suprotno propagirajućih femtosekundnih zraka.

njihovom interakcijom na prijelazu $5^2S_{1/2} (F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2} (F' = 2)$. Minimalna temperatura dobivena ovom konfiguracijom femtosekundnih laserskih zraka iznosi $T_{x,\text{min}} = 66 \pm 3 \mu\text{K}$, te je približno jednaka temperaturama dobivenim u $\text{lin} \parallel \text{lin}$ i $\text{lin} \perp \text{lin}$ konfiguraciji.



Slika 4.10: Ovisnost temperature atomskog oblaka ^{87}Rb o frekvenciji pomaka modova frekventnog češlja u slučaju $\sigma^+ - \sigma^+$ konfiguracije suprotno propagirajućih femtosekundnih laserskih zraka. Crtkanim linijama naznačeni su položaji maksimuma sile zračenja, a time i frekvencije prijelaza $5^2S_{1/2} (F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2} (F' = 2)$ i $5^2S_{1/2} (F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2} (F' = 3)$.



Slika 4.11: Prostorna ovisnost pomaka energija (eng. *light shift*), δ_{m_F} magnetskih podnivoa m_F atoma ^{87}Rb na prijelazu $5^2S_{1/2} (F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2} (F' = 3)$ u slučaju a) $\text{lin} \perp \text{lin}$ i b) $\text{lin} \parallel \text{lin}$ konfiguracije suprotno propagirajućih laserskih zraka, za $I = 0.1 \text{ mW}$ i $\delta = -2.5 \text{ MHz}$.

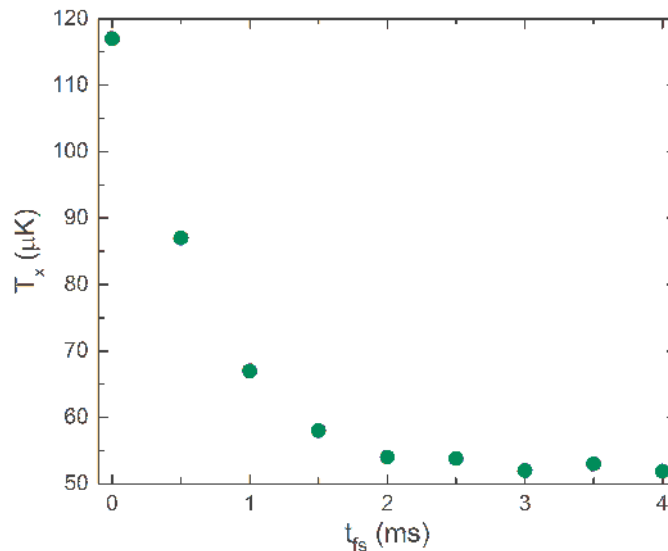
Provedena mjerenja temperature pri hlađenju s femtosekundnim frekventnim češljem u tri navedene konfiguracije pokazala su da atomski oblak ^{87}Rb početne temperature $T_0 \approx 120 \mu\text{K}$ stvoren u magneto-optičkoj stupici možemo u interakciji sa frekventnim češljem ohladiti na još niže sub-Dopplerove temperature koje su za sve tri konfiguracije približno iste. Početna temperatura atomskog oblaka također je u sub-Dopplerovom području temperatura, što je posljedica sub-Dopplerovog mehanizma hlađenja u $\sigma^+ - \sigma^-$ konfiguraciji zraka za hlađenje u MOT-u (poglavlje 2.3). Sub-Dopplerove temperature i u tri navedene konfiguracije suprotno propagirajućih femtosekundnih laserskih zraka ukazuju na složene mehanizme sub-Dopplerovog hlađenja koji su posljedica atomske strukture s mnoštvom energijskih podnivoa (Zeemanova struktura), optičkog pumpanja, pomaka energijskih nivoa atoma u interakciji s električnim poljem laserske svjetlosti (eng. *light shift*), ali i prisutnosti magnetskog polja. Naime, zbog nejednakih intenziteta zraka za hlađenje u retro-refleksivnoj konfiguraciji, atomski oblak nije u središtu stupice gdje je gradijent magnetskog polja nula, što rezultira pojavom Zeemanovog efekta, tj. cijepanja magnetskih podnivoa atoma. U poglavlju 2.3 objašnjeno je kako polarizacijski gradijent u $\text{lin} \perp \text{lin}$ konfiguraciji uzrokuje tzv. Sizifovo hlađenje. U $\text{lin} \parallel \text{lin}$ konfiguraciji ukupno električno polje suprotno propagirajućih zraka je konstantne polarizacije, ali periodično promjenjive amplitude, a time i intenziteta. Budući

da *light shift* magnetskih podnivoa atoma (izraz 2.9) ovisi o polarizacijskom stanju i o intenzitetu laserskog zračenja, i on će imati istu prostornu ovisnost. Na Slici prikazan je *light shift* magnetskih podnivoa m_F atoma ^{87}Rb za prijelaz $5^2S_{1/2} (F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2} (F' = 3)$ za lin \perp lin i lin \parallel lin konfiguraciju zraka. *Light shift* je izračunan korištenjem izraza 2.9 za vrijednosti parametara u našem eksperimentu: intenzitet moda frekventnog češlja $I = 0.1 \text{ mW/cm}^2$ i frekventni pomak $n_{2 \rightarrow 3}$ -tog moda frekventnog češlja od rezonantne frekvencije za koji je dobivena minimalna temperatura, $\delta = -2.5 \text{ MHz}$.

Slično, u $\sigma^+ - \sigma^+$ konfiguraciji rezultatni stojni val uzrokuje prostornu ovisnost *light shift*-a, što u prisustvu magnetskog polja optičkim pumpanjem rezultira mehanizmom hlađenja atoma sličnom Sizifovom hlađenju u lin \perp lin konfiguraciji [17].

4.2.2 Hlađenje u ovisnosti o vremenu interakcije s femtosekundnim laserom

Na Slici 4.12 prikazana je minimalna izmjerena temperatura u ovisnosti o vremenu interakcije s femtosekundnim laserom, t_{fs} . Povećavanjem vremena interakcije postižu se niže minimalne temperature sve do $t_{fs} = 2 \text{ ms}$, nakon čega se minimalne temperature ne mijenjaju s vremenom interakcije.

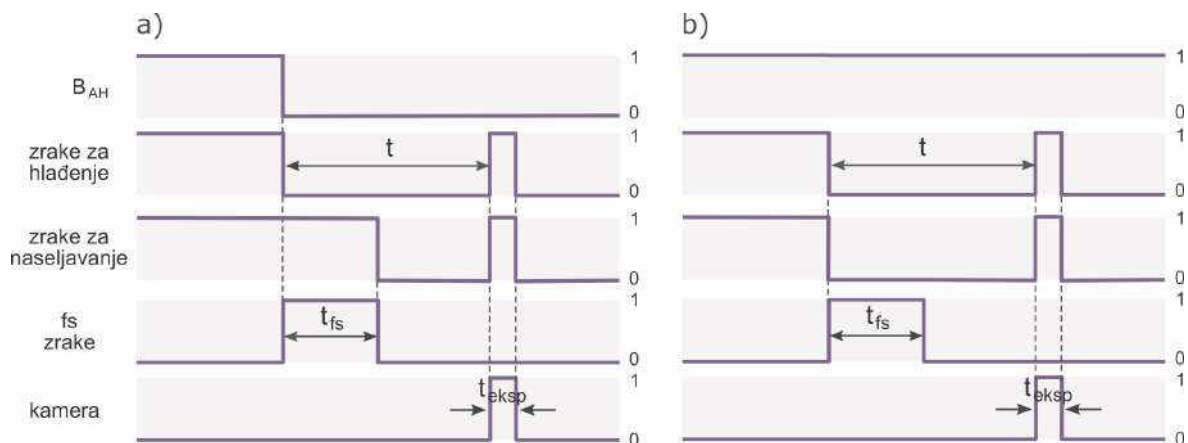


Slika 4.12: Minimalna temperatura atoma ^{87}Rb u ovisnosti o vremenu međudjelovanja s femtosekundnim laserom, t_{fs} . Mjerenja su provedena u vremenu ekspanzije oblaka $t = 4 - 8 \text{ ms}$.

4.2.3 Ovisnost hlađenja o magnetskom polju

Mjerena je temperatura atoma ^{87}Rb u slučaju uključenog i isključenog gradijenta magnetskog polja, tj. struje kroz AH zavojnice. Eksperimentalni protokol za mjerenje temperature u tom slučaju prikazan je na Slici 4.13(a). Magnetsko polje, tj. struja kroz zavojnice se gasi u istom trenutku kad i zraka za hlađenje, te ostaje ugašena za vrijeme interakcije femtosekundnih laserskih zraka s atomskim oblakom, $t_{fs} = 3$ ms i za vrijeme ekspozicije atomskog oblaka, $t_{eksp} = 0.5$ ms. Mjerenja su provedena u vremenima ekspanzije oblaka $t = 8-12$ ms u koracima od 1 ms. Rezultati mjerenja prikazani su na Slici 4.14. Hlađenje je efikasnije u slučaju kada je gradijent magnetskog polja tijekom cijele provedbe mjerenja upaljen. Magnetsko polje sporo relaksirajućih vrtložnih struja, koje su inducirane gašenjem struje kroz anti-Helmholtz zavojnice, očito smanjuje efikasnost mehanizma hlađenja.

U nastavku su sva mjerenja rađena pri upaljenom gradijentu magnetskog polja.



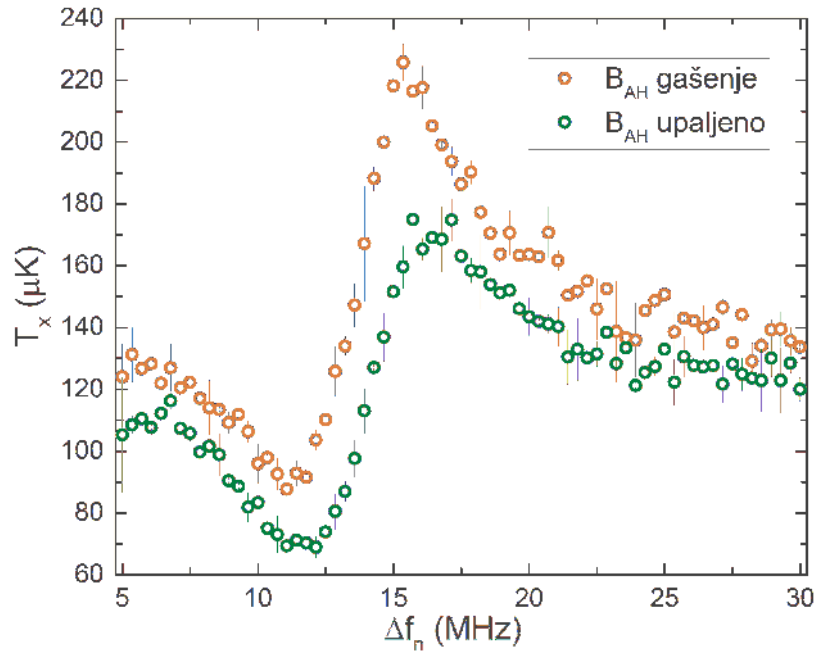
Slika 4.13: Eksperimentalni protokol (0: ugašeno, 1: upaljeno) za mjerenje temperature atoma u interakciji s femtosekundnim laserskim zrakama u slučaju a) gašenja struje kroz anti-Helmholtz zavojnice koje stvaraju magnetsko polje B_{AH} , b) gašenja lasera za naseljavanje. Sa t_{eksp} je označeno vrijeme ekspozicije.

4.2.4 Ovisnost hlađenja o laseru za naseljavanje

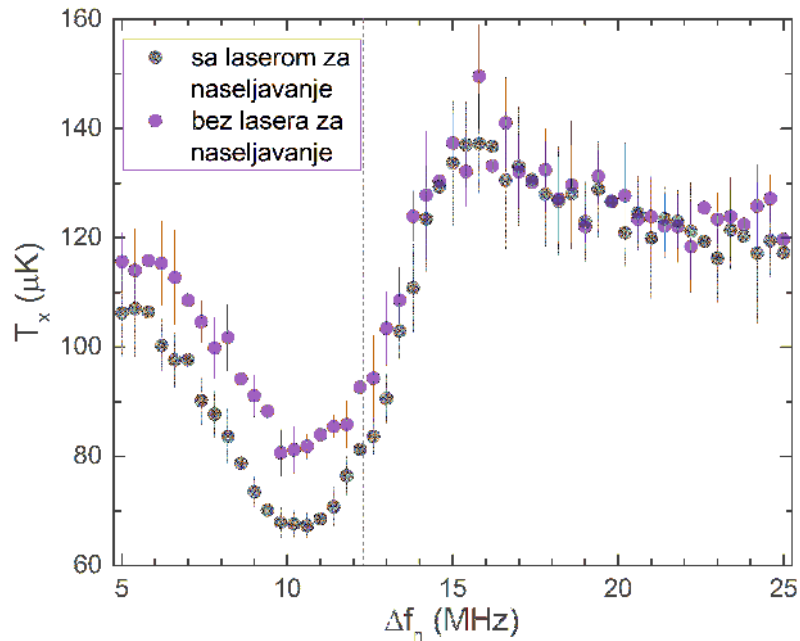
Mjerena je temperatura atoma ohlađenih frekventnim češljem u slučaju kada je laser za naseljavanje prisutan tijekom međudjelovanja atoma s femtosekundnim laserom, kao i u slučaju bez lasera za naseljavanje. Time laser za naseljavanje nije uključen za vrijeme interakcije

frekventnog češlja s atomskim oblakom (Slika 4.13(b)). Rezultati su prikazani na Slici 4.15. Možemo uočiti da je hlađenje efikasnije kad je zraka za naseljavanje upaljena, što je i očekivano. Naime, zraka za naseljavanje vraća u ciklus hlađenja atome koji su izašli iz ciklusa, kao što je objašnjeno u poglavlju 2.5, te time pospešuje hlađenje.

Daljnja mjerenja su rađena sa zrakom za hlađenje koja je uključena kada su i femtosekundne laserske zrake uključene.



Slika 4.14: Temperatura atoma ^{87}Rb u ovisnosti o frekventnom pomaku modova frekventnog češlja u slučaju kad je magnetsko polje anti-Helmholtz zavojnica upaljeno, te u slučaju gašenja. Atomi su hlađeni femtosekundnim laserskim zrakama u lin || lin konfiguraciji..



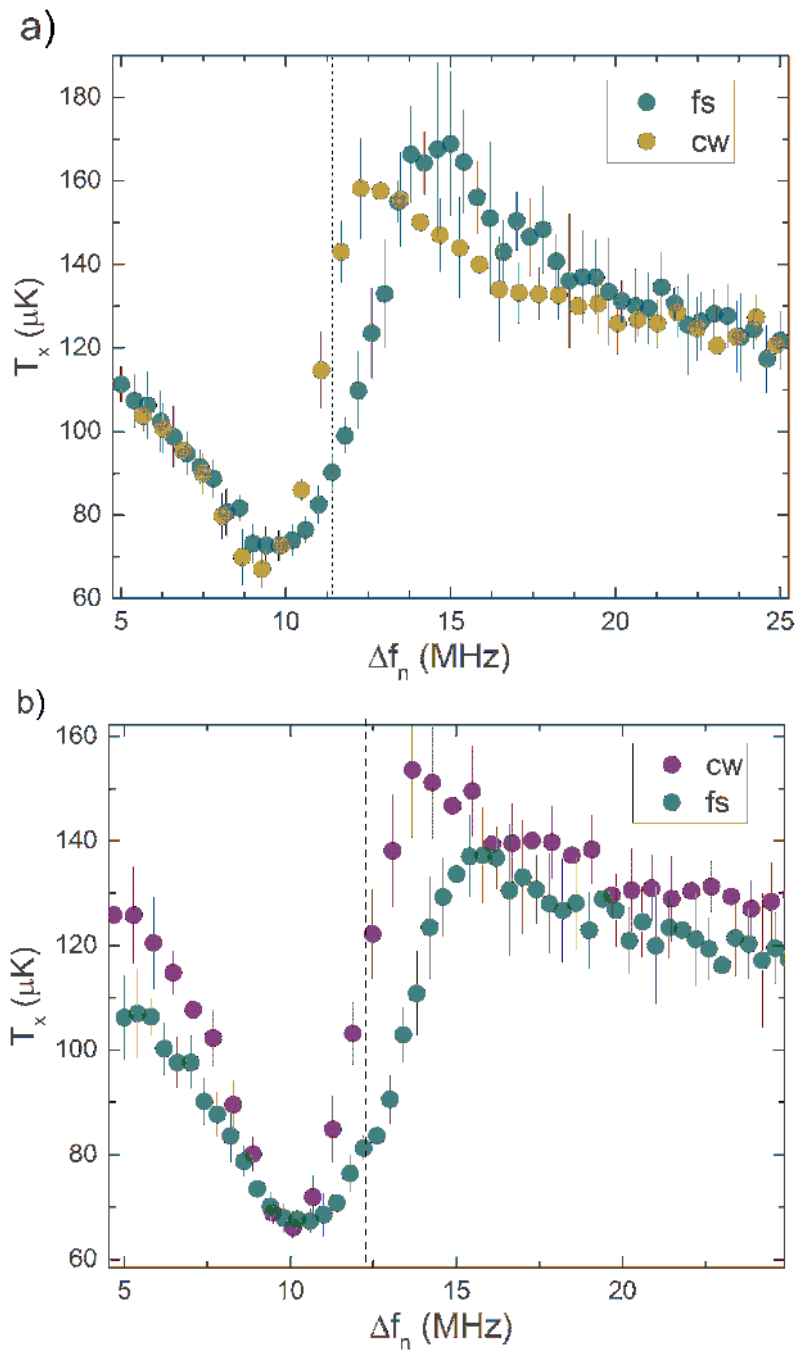
Slika 4.15: Temperatura atomskog oblaka ^{87}Rb u ovisnosti o frekventnom pomaku modova frekventnog češlja u slučaju sa upaljenom i ugašenom zrakom za naseljavanje. Atomi su hlađeni femtosekundnim laserskim zrakama u lin || lin konfiguraciji. Crtkanom linijom je označen položaj maksimuma sile zračenja.

4.2.5 *Usporedba hlađenja atoma optičkim frekventnim češljem i laserom kontinuirane emisije*

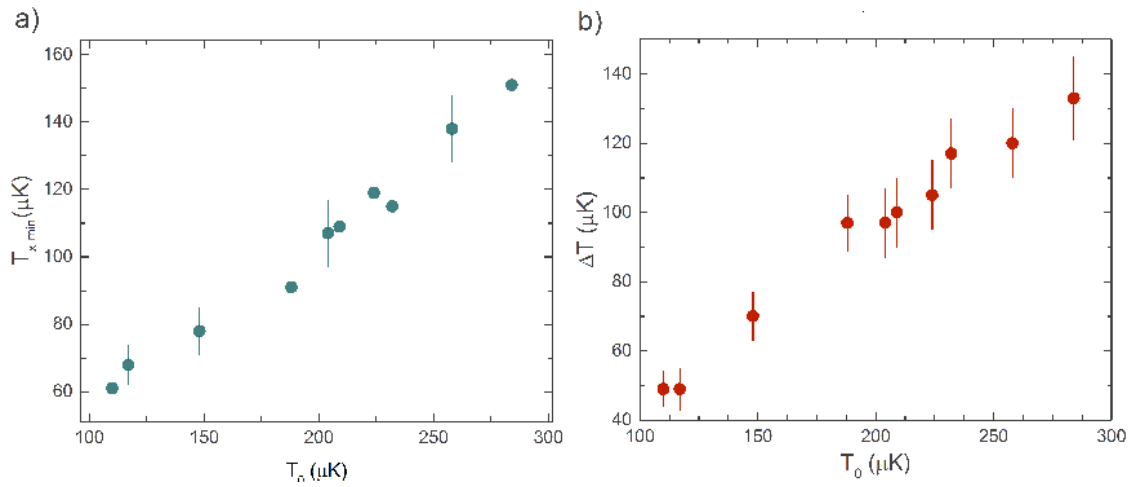
Temperatura atoma ^{87}Rb izmjerena je i u slučaju hlađenja atoma suprotno propagirajućim zrakama kontinuiranog (cw) lasera u lin \parallel lin i lin \perp lin konfiguraciji. Eksperimentalna procedura ista je kao i pri hlađenju frekventnim češljem (Slika 4.4). Mjerenja su provedena u vremenima ekspanzije $t = 8 - 12$ ms u koracima od 1 ms, a vrijeme interakcije kontinuiranog laserskog zračenja i atoma iznosilo je $t_{cw} = 3$ ms. Frekvencija cw lasera mijenjana je pomoću akusto-optičkog modulatora. Rezultati mjerenja prikazani su na Slici 4.16. Minimalne temperature su u slučaju hlađenja kontinuiranim laserskim zračenjem približno jednake minimalnim temperaturama postignutim hlađenjem frekventnim češljem. Prema tome, možemo zaključiti da je efikasnost hlađenja frekventnim češljem jednaka efikasnosti hlađenja cw laserskim zrakama.

4.2.6 *Hlađenje u ovisnosti o početnoj temperaturi atomskog oblaka*

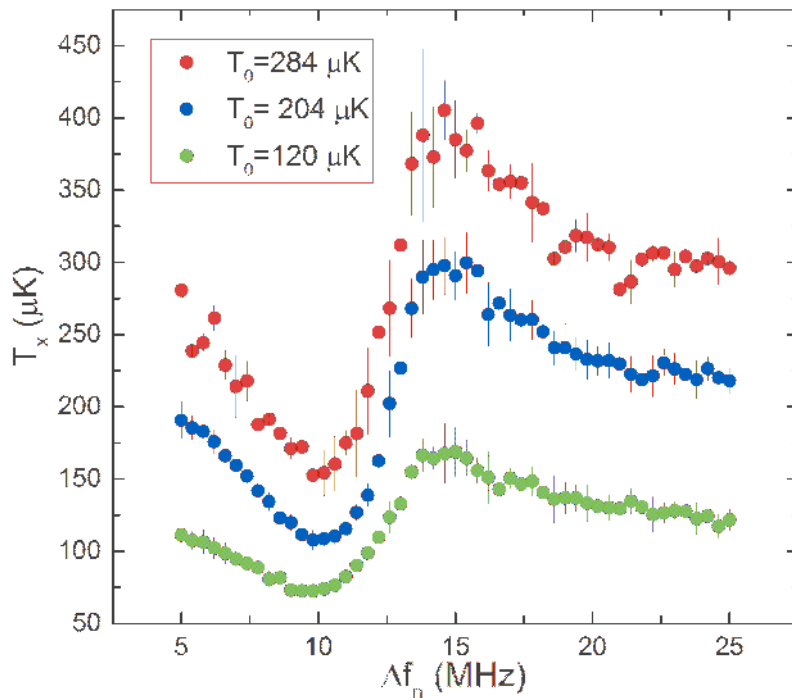
U konačnici je promatrano kolike se minimalne temperature $T_{x,min}$ mogu postići hlađenjem frekventnim češljem u odnosu na početnu temperaturu atomskog oblaka T_0 . Hlađenje je provedeno sa suprotno propagirajućim femtosekundnim laserskim zrakama u lin \perp lin konfiguraciji koje su u interakciji s atomskim oblakom $t_{fs} = 3$ ms nakon gašenja zraka za hlađenje. Različite početne temperature atomskog oblaka dobivene su mijenjanjem snage i *detuning*-a zrake za hlađenje. Izmjerene minimalne temperature, kao i temperaturne promjene $\Delta T = T_0 - T_{x,min}$ u ovisnosti o početnoj temperaturi atomskog oblaka T_0 prikazane su na Slici 4.17. Početne temperature su procjenjene s obzirom na temperature dobivene na frekvencijama na kojima je frekventni češalj daleko od rezonantne interakcije s atomima. Iz dobivenih rezultata je vidljivo da je za veće početne temperature, minimalna temperatura viša. Također, za veće početne temperature oblaka efikasnost hlađenja je veća, tj. veća je promjena temperature uzrokovana interakcijom s frekventnim češljem. Na Slici 4.18 prikazana je ovisnost temperature atoma ^{87}Rb o frekvenciji za tri različite početne temperature atoma.



Slika 4.16: Ovisnost temperature atoma ^{87}Rb o frekventnom pomaku u slučaju hlađenja femtosekundnim frekventnim češljem (fs) i u slučaju hlađenja kontinuiranim laserskim zračenjem (cw) u a) lin \perp lin i b) lin \parallel lin konfiguraciji laserskih zraka. Crtkanim linijama označeni su položaji maksimuma sile zračenja.



Slika 4.17: a) Minimalna temperatura atoma ^{87}Rb , $T_{x,min}$ pri hlađenju optičkim frekventnim češljem u ovisnosti o različitoj početnoj temperaturi atoma T_0 . b) Promjena temperature ΔT pri hlađenju frekventnim češljem za različite početne temperature atomskog oblaka T_0 .



Slika 4.18: Ovisnost temperature atoma ^{87}Rb o frekventnom pomaku modova frekventnog češlja za tri različite početne temperature atomskog oblaka.

5 Zaključak

U ovom diplomskom radu proučavano je hlađenje atoma optičkim frekventnim češljem. Hlađenje frekventnim češljem je provedeno na hladnom oblaku atoma ^{87}Rb početnih temperatura T_0 u intervalu od $110 \mu\text{K}$ do $280 \mu\text{K}$, stvorenom u magneto-optičkoj stupici. Koristeći dvije suprotno propagirajuće zrake stabiliziranog femtosekundnog frekventnog češlja dobili smo temperature atoma niže od početne temperature T_0 , koje su određivane tehnikom vremena proleta. Također, mjerenjem temperature za tri različite konfiguracije polarizacija suprotno propagirajućih femtosekundnih laserskih zraka, dobili smo približno jednake temperature u sub-Dopplerovom području, što ukazuje na postojanje složenih mehanizama sub-Dopplerovog hlađenja. Postizanje temperatura u sub-Dopplerovom području optičkim frekventnim češljem, za atome s jakim rezonantnim prijelazima u UV/VUV području, kao i za molekule, otvara mogućnost stvaranja ultrahladnih sustava kao i njihovih primjena.

U slučaju hlađenja laserskim zrakama u kontinuiranom režimu, utvrdili smo da su dobivene temperature približno jednake onima dobivenim hlađenjem frekventnim češljem. Time smo eksperimentalno potvrdili mogućnost hlađenja atoma frekventnim češljem jednofotonском pobudom, odnosno pokazali smo da je hlađenje odgovarajućom linijom frekventnog češlja ekvivalentno hlađenju laserom koji emitira kontinuirano zračenje, što je teorijski predstavljeno u članku [14].

Literatura

- [1] E. L. Raab, M. P. Prentiss, A. Cable, S. Chu, D. E. Pritchard. Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure. *Physical Review Letters*, Vol. 59: 23, (1987).
- [2] A. Wicht, J. Hensley, E. Sarajlic, S. Chu, A preliminary measurement of the fine structure constant based on atom interferometry, *Phys. Scripta T102*, 82–88 (2002).
- [3] A. Peters, K. Chung, S. Chu, Measurement of gravitational acceleration by dropping atoms, *Nature* 400, 849–852 (1999).
- [4] Weiner, J.; Bagnato, V.; Zilio, S.; Julienne, P. Experiments and theory in cold and ultracold collisions. *Rev. Mod. Phys.* 71, 1–85 (1999).
- [5] Fioretti, A.; Comparat, D.; Crubellier, A.; Dulieu, O.; Masnou-Seeuws, F.; Pillet, P. Formation of cold Cs-2 molecules through photoassociation. *Phy. Rev. Lett.* 80, 4402–4405 (1998).
- [6] Hinkley, N.; Sherman, J. A.; Phillips, N. B.; Schioppo, M.; Lemke, N. D.; Beloy, K.; Pizzocaro, M.; Oates, C. W.; Ludlow, A. D. An Atomic Clock with 10^{-18} Instability. *Science* 341, 1215–1218 (2013).
- [7] Bloom, B. J.; Nicholson, T. L.; Williams, J. R.; Campbell, S. L.; Bishof, M.; Zhang, X.; Zhang, W.; Bromley, S. L.; Ye, J. An optical lattice clock with accuracy and stability at the 10^{-18} level. *Nature* 506, 71+ (2014).
- [8] B. J. Bloom et al., *Nature* 506, 71 (2014).
- [9] Anderson, M. H.; Ensher, J. R.; Matthews, M. R.; Wieman, C. E.; Cornell, E. A. Observation of Bose- Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. *Science* Vol. 269. 5221, (1995).
- [10] Bloch, I.; Dalibard, J.; Nascimbène, S. Quantum simulations with ultracold quantum gases. *Nature Physics*. 8 (4): 267–276.
- [11] Anderson, M. H.; Ensher, J. R.; Matthews, M. R.; Wieman, C. E.; Cornell, E. A. Observation of Bose- Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. *Science* Vol. 269. 5221, (1995).

- [12] Kielpinski, D. Laser cooling of atoms and molecules with ultrafast pulses. *Phys. Rev. A* 73, 063407 (2006)
- [13] Ilinova, E.; Ahmad, M.; Derevianko, A. Doppler Cooling with Coherent Trains of Pulses and a Tunable Velocity Comb. *Phys. Rev. A* 84, 033421 (2011).
- [14] Aumiler, D.; Ban, T. Simultaneous Laser Cooling of Multiple Species Using an Optical Frequency Comb. *Phys. Rev. A* 85, 063412 (2012).
- [15] Davila-Rodriguez, J.; Ozawa, A.; Hänsch, T. W.; Udem, T. Doppler Cooling Trapped Ions with a UV Frequency Comb. *Phys. Rev. Lett.* 116, 043002 (2016).
- [16] Jayich, A. M.; Long, X.; Campbell, W. C. Direct Frequency Comb Laser Cooling and Trapping. *Phys. Rev. X* 6, 041004 (2016).
- [17] Metcalf, H. J. i van der Straten, P. *Laser Cooling and Trapping*. Springer, 1999.
- [18] Cohen-Tannoudji, C. i Guéry-Odelin, D. *Advances in atomic physics: an overview*. World Scientific, 2011.
- [19] A. E. Leanhardt, T. A. Pasquini, M. Saba, A. Schirotzek, Y. Shin, D. Kielpinski, D. E. Pritchard, W. Ketterle, Cooling bose-einstein condensates below 500 picokelvin. *Science* 301, 1513–1515 (2003).
- [20] Axner, O.; Gustafsson, J.; Omenetto, N.; Winefordner, J. D. Line strengths, A-factors and absorption cross-sections for fine structure lines in multiplets and hyperfine structure components in lines in atomic spectrometry—a user’s guide, *Spectrochim. Acta Part B* 59, 1–39 (2004)
- [21] Suter, D. *The physics of Laser-Atom Interactions*. Cambridge University Press, 1997
- [22] Chu, S.; Hollberg, L.; Bjorkholm, J.; Cable, A.; Ashkin, A. Three dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure. *Phys. Rev. Lett. Am.* 55, 48 (1985).
- [23] Lett P.; Watts, R.; Westbrook, C.; Phillips, W.; Gould, P.; Metcalf, H. Observation of Atoms Laser Cooled below the Doppler Limit. *Phys. Rev. Lett.* 61, 169 (1988)

- [24] Cohen Tannoudji, C.; Phillips, W.D. New Mechanisms for Laser Cooling. *Phys Today* 43, 33-40 (1990)
- [25] Cohen Tannoudji, C.; Dalibard, J. Laser Cooling Below the Doppler Limit by Polarization Gradients- Simple Theoretical Models. *J. Opt. Soc. Am. B* 6 2023-2045 (1989)
- [26] Ungar, P.J.; Weiss, D.S.; Chu, S.; Riis, E. Optical Molasses and Multilevel Atoms- Theory. *J. Opt. Soc. Am. B* 6 2058-2071 (1989)
- [27] Salomon, C; Dalibard, J.; Phillips, W.D.; Clairon, A.; Guellati, S. Laser Cooling of Cesium Atoms below 3 μ K. *Europhys. Lett.*, 12 (8) 683-688 (1990)
- [28] Nekić, N. Dinamika hladnih atoma rubidija zatočenih u magneto-optičkoj stupici. Diplomski rad. Zagreb, Prirodoslovno-matematički fakultet, 2014.
- [29] Buhin, D. Sub-Dopplerovo hlađenje atoma. Seminarski rad. Zagreb, Prirodoslovno-matematički fakultet, 2017.
- [30] Demtröder, W. *Laser Spectroscopy*. Springer, 2012.
- [31] Diels, J. C.; Rudolph, W. *Ultrashort Laser Pulse Phenomena*. Academic Press, 2016
- [32] Milonni, P. W., Eberly, J. H. *Laser Physics*. John Wiley and Sons, Inc. 2010
- [33] Aumiler, D. Rezonantna interakcija atoma i molekula s femtosekundnim laserskim frekventnim češljem. Doktorski rad. Zagreb, Prirodoslovno-matematički fakultet, 2006.
- [34] Daniel A. Steck, Rubidium 87 D Line Data, <http://steck.us/alkalidata/rubidium87numbers.1.6.pdf>, 6.5.2017.
- [35] Buhin, D. Optomehanika hladnih atoma uzrokovana femtosekundnim laserskim zračenjem. Diplomski rad. Zagreb, Prirodoslovno-matematički fakultet. U tijeku.
- [36] Kregar, G. Utjecaj vanjskog koherentnog zračenja na rubidijeve atome u magneto-optičkoj stupici. Doktorski rad. Zagreb, Prirodoslovno-matematički fakultet, 2014.
- [37] S. D. Saliba, M. Junker, L. D. Turner, and R. E. Scholten. Mode stability of external cavity diode lasers. *Appl. Opt.*, 48(35):6692 (2009.)

- [38] Thompson, D.J.; Scholten R.E. Narrow linewidth tunable external cavity diode laser using wide bandwidth filter. *Review of Scientific Instruments*, 83(2) (2012)
- [39] Moglabs, Cateye External Cavity Diode Laser, Manual, http://www.moglabs.com/uploads/2/4/2/1/24212474/moglabs_cel002_manual_rev108.pdf, 20.5.2017.
- [40] Pearman, C.P. et al. Polarization spectroscopy of a closed atomic transition: Application to laser frequency locking. *J. Phys. B* 35, 5141-5151 (2002)
- [41] Acousto-optic Modulators, http://www.rp-photonics.com/acousto_optic_modulators.html, 20.5.2017.
- [42] Skolnik, G. Koherentna spektroskopija femtosekundnim frekventnim češljem. Diplomski rad. Zagreb, Prirodoslovno-matematički fakultet, 2008.
- [43] Kovačić, D. Stabilizacija optičkog frekventnog češlja. Seminarski rad. Zagreb, Prirodoslovno-matematički fakultet, 2017.
- [44] Erbium-doped Gain Medium, https://www.rp-photonics.com/erbium_doped_gain_media.html, 20.5.2017.
- [45] Nonlinear Polarization Rotation, http://www.rp-photonics.com/nonlinear_polarization_rotation.html, 23.5.2017.
- [46] Kovačić, D. Stvaranje superkontinuuama u nelinearnom optičkom vlaknu. Diplomski rad. Zagreb, Prirodoslovno-matematički fakultet. U tijeku.
- [47] DDS9m, Novatech Instruments, Inc, Instruction Manual
- [48] I.Yavin, M. Weel, A. Andreyuk, A. Kumarakrishnan. A calculation of the time-of-flight distribution of trapped atoms. *Am. J. Phys.* 70 (2) (2002).