

# Generiranje superkontinuumu u nelinearnom optičkom vlaknu

Mateo Forjan

Fizički odsjek, PMF, Bijenička c. 32, 10 000 Zagreb

21.01.2018.

## Sažetak

U seminaru je proučeno generiranje superkontinuumu pri propagaciji ultrakratkih pulseva u nelinearnom optičkom vlaknu. Propagacija električnog polja ultrakratkih pulseva optičkim vlaknom opisana je generaliziranom nelinearnom Schrodingerovom jednačbom koja se sastoji od disperzivnih i nelinearnih članova. U seminaru je opisan učinak svakog člana zasebno na izlazni spektar te su dane slike simulacija. Prikazani su izmjereni izlazni spektri (superkontinuumi) za različite izlazne snage te su komentirani rezultati.

## 1 Uvod

### 1.1 Nelinearno optičko vlakno

Optička vlakna su prozirne niti promjera reda veličine mikrometara. Sastoje se od jezgre i omotača koji su najčešće izrađeni od stakla, polistirena ili pleksi-stakla. Omotač ima indeks loma ( $n_2$ ) manji od jezgrinog ( $n_1$ ) te se svjetlost unutar optičkog vlakna propagira principom totalne unutarnje refleksije (slika 1).

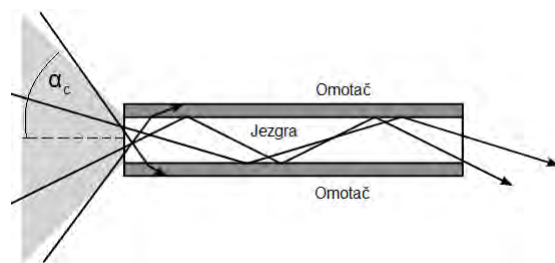
Osjenčani sivi konus na lijevom dijelu slike 1 predstavlja kutove za koje se događa totalna unutarnja refleksija. Ako dolazna zraka upada pod kutem većim od  $\alpha_c$  dolazi do transmisije zrake u omotač optičkog vlakna te ne dolazi do vođenja svjetlosti. Sinus graničnog kuta, odnosno  $\sin \alpha_c$  se naziva numeričkom aperturom optičkog vlakna. Jasno je da numerička apertura ovisi o vlaknu jer su vlakna općenito izrađena od jezgre i omotača od različitih materijala. Može se pokazati [1] da je numerička apertura (NA) jednaka:

$$NA = \frac{1}{n_0} \sqrt{n_{\text{jezgra}}^2 - n_{\text{omotač}}^2}, \quad (1)$$

gdje je  $n_0$  indeks loma medija koji okružuje optičko vlakno (većinom zrak).

Optimalno uvođenje svjetlosti u optičko vlakno postiže se kada su numeričke aperture objektivna i vlakna jednake. Numerička apertura objektivna definirana je kao najveći kut pod kojim objektiv fokusira svjetlost. Također, poželjno bi bilo podudaranje radijusa zrake u fokusu objektivna sa radijusom jezgre optičkog vlakna.

Nelinearno optičko vlakno korišteno u ovom radu je dvoindeksno fotoničko optičko vlakno (eng. PCF, photonic-crystal fiber). Presjek PCF vlakna



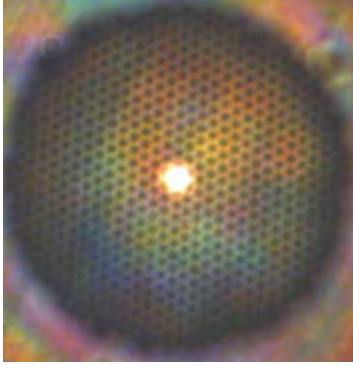
Slika 1: Shematski prikaz optičkog vlakna i vođenja svjetlosti totalnom refleksijom.

sa promjerom jezgre od  $5\mu\text{m}$  prikazan je na slici (2). Jezgra je tipično izrađena od silike te je okružena pravilnim rasporedom šupljina (eng. air holes). Sama jezgra ima indeks loma puno veći od indeksa loma zraka koji se nalazi u šupljinama koje efektivno služe kao omotač niskog indeksa loma. Takva struktura vlakna dovodi do velikog koeficijenta nelinearnosti koji se javlja zbog ovisnosti indeksa loma o intenzitetu svjetlosti. Svojstva vlakna ovisе o promjeru i indeksu loma jezgre te o obliku i rasporedu šupljina.

Također, postoje i vlakna sa šupljom jezgrom gdje se svjetlost propagira kroz jezgru preko efekta fotoničkih procjepa, odnosno, zbog postojanja procjepa svjetlost se ne može propagirati omotačem iako vrijedi  $n_{\text{jezgra}} < n_{\text{omotač}}$ .

### 1.2 Nelinearni odziv medija

Nelinearnost općenito znači da odgovor sustava ne ovisi linearno o pobudi. U ovom slučaju odgovor sustava je polarizacija, a pobuda je električno polje. U materijalu postoje neiščezavajuće električne



Slika 2: Presjek dvoindeksnog fotoničkog optičkog vlakna sa promjerom jezgre od  $5\mu\text{m}$ . Preuzeto iz [10].

susceptibilnosti višeg reda, odnosno:

$$P = \epsilon_0(\chi_e^{(1)}E + \chi_e^{(2)}E^2 + \chi_e^{(3)}E^3 + \dots), \quad (2)$$

gdje zapravo drugi (kvadratni) član otpada zbog simetrije sustava. Kada bismo napravili prostornu transformaciju  $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$  ona bi povlačila transformaciju  $\mathbf{E} \rightarrow -\mathbf{E}$ , posljedica bi bila  $P \rightarrow -P$ , ali pošto u drugom članu električno polje ulazi kao kvadrat, dobivamo  $P^{(2)} = -P^{(2)}$  što je jedino moguće ako je  $\chi_e^{(2)} = 0$ . Tako nam u polarizaciji preostaje samo linearni član te član koji ide sa trećom potencijom električnog polja (nelinearni). Kao posljedica neiščezavajuće električne susceptibilnosti trećeg reda, indeks loma ovisi o intenzitetu električnog polja, odnosno [2]:

$$n(\omega, I) = n_l(\omega) + n_{nl}I, \quad (3)$$

$n_{nl}$  se naziva nelinearnim koeficijentom indeksa loma te je povezan sa električnom susceptibilnosti trećeg reda na sljedeći način:

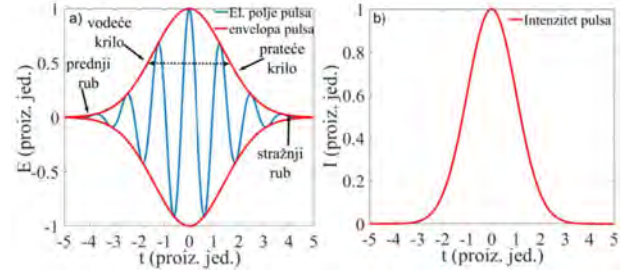
$$n_{nl} = \frac{3}{4} \frac{\chi_e^{(3)}}{c\epsilon_0 n_l^2} \quad (4)$$

Propagacijom svjetlosti nelinearnim optičkim vlaknom dolazi do promjene spektra zbog nelinearnosti što će detaljnije biti opisano u poglavlju 3.

### 1.3 Laserski pulsevi

Kao izvor svjetlosti u ovom seminaru koristimo femtosekundni pulsni laser koji će biti detaljnije opisan u četvrtom poglavlju dok u ovom potpoglavlju opisujemo laserske pulseve. Električno polje laserskog pulsa prikazano je na slici 3. Električno polje pulsa se može zapisati na sljedeći način:

$$\mathbf{E} = A(t)e^{i(\omega_0 t + \phi(t) + \phi_0)} \hat{x}, \quad (5)$$



Slika 3: Ilustracija električnog polja ultrakratkog laserskog pulsa. a) električno polje (plavo), envelope (crveno), b) intenzitet pulsa. Preuzeto iz [3].

gdje je  $A(t)$  envelope pulsa,  $\phi_0$  fazni pomak vala nosioca (carrier wave) u odnosu na envelope, a  $\phi(t)$  je povezan sa cvrkutom pulsa što će biti uskoro objašnjeno.

Na slici 3 su označeni vodeće i prateće krilo te prednji i stražnji rub pulsa. Za modeliranje envelope najčešće se koristi Gaussov profil ili sekans hiperbolni. Trajanje pulsa je po definiciji njegova širina na pola maksimuma intenziteta (FWHM).

Intenzitet pulsa je proporcionalan kvadratu modula električnog polja, odnosno

$$I \propto |\mathbf{E}|^2 = |A(t)|^2, \quad (6)$$

što je prikazano na slici (3b).

Trenutna frekvencija pulsa je dana sljedećom relacijom:

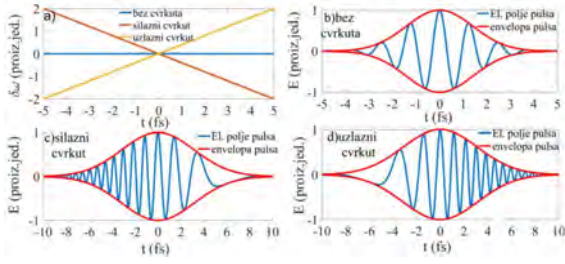
$$\omega(t) = \omega_0 + \frac{d\phi(t)}{dt}, \quad (7)$$

gdje drugi član predstavlja cvrkut (eng. chirp).

Na slici 4 prikazani su pulsevi sa tzv. linearnim cvrkutom.

Postoji poveznica između trajanja pulsa i širine njegovog spektra. Što je puls širi u vremenu, spektar mu je uži, a što je uži u vremenu, spektar mu je širi. Točnije, postoji donja granica za umnožak širine pulsa u vremenskoj i spektralnoj domeni koja za Gaussov puls iznosi  $\Delta t \Delta \nu = 0.441$ . Donja granica je ostvarena samo za pulseve bez cvrkuta dok je spomenuti umnožak za pulseve sa cvrkutom veći od 0.441.

Linearni cvrkut se pojavljuje kada u eksponencijalnom faktoru električnog polja imamo  $\phi(t) = at^2$  i tada za trenutnu frekvenciju dobivamo  $\omega(t) = \omega_0 + 2at$ , odnosno frekvencija se povećava sa vremenom što znači da plave komponente u pulsu zaostaju za crvenima jer je do proizvoljne točke prije došao dio pulsa sa manjom frekvencijom odnosno većom valnom duljinu (crveni dio).



Slika 4: Cvrkuti laserskog pulsa. a) cvrkut laserskog pulsa u vremenskoj domeni, b) puls bez cvrkuta, c) puls sa silaznim cvrkutom, d) puls sa uzlaznim cvrkutom. Preuzeto iz [3].

## 2 Propagacija ultrakratkih laserskih pulseva u nelinearnom mediju

Krećući od Maxwellovih jednadžbi u materijalima moguće je izvesti jednadžbu opisuje propagaciju električnog polja ultrakratkih laserskih pulseva u nelinearnom mediju. Detaljni teorijski izvod je razrađen u [3], a ovdje će biti dana konačna formula te neke bitne aproksimacije koje su korištene u izvodu. Ulogu prve aproksimacije ima uzimanje prvih par članova razvoja valnog vektora  $\beta(\omega)$  u red po potencijama od  $\omega$  oko  $\omega_0$ , gdje je  $\omega_0$  centralna frekvencija pulsa, odnosno:

$$\beta(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta_n}{n!} (\Delta\omega)^n. \quad (8)$$

Viši članovi ( $n > 1$ ) imaju ulogu disperzije u mediju. Kako je poznato da je u vakuumu, koji je nedisperzivan medij,  $\beta = \omega/c$  odnosno valni vektor je linearno proporcionalan s frekvencijom, vidimo da to odgovara uzimanju samo  $n = 0$  i  $n = 1$  člana, a koeficijenti  $\beta_n$  gdje je  $n > 1$  iščezavaju. Tako da je medij u kojem koeficijenti  $\beta_n$  za  $n > 1$  ne iščezavaju disperzivan, odnosno brzina propagacije (grupna brzina) ovisi o frekvenciji.

Druga aproksimacija je aproksimacija sporo varirajuće envelope. Točnije, pretpostavljeno je sporo variranje envelope kroz jedan ciklus oscilacija električnog polja.

Nakon razvoja  $\beta(\omega)$  do trećeg reda ( $\beta_3$ ) i nakon zaustavljanja nelinearnosti na susceptibilnosti trećeg reda ( $\chi_e^{(3)}$ ), jednadžba koju zadovoljava električno polje postaje:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial z} + i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial T^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial T^3} = \\ = i\gamma \left( u|u|^2 + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial(|u|^2 u)}{\partial T} - T_R u \frac{|u|^2}{\partial T} \right), \quad (9) \end{aligned}$$

gdje je  $u = A\sqrt{S_{eff}}$ ,  $A$  je amplituda električnog polja iz relacije (5), a  $S_{eff}$  je efektivna površina laserskog pulsa, što znači da  $|u|^2$  predstavlja snagu pulsa. Sljedeće,  $\beta_i$  su koeficijenti iz razvoja (8),  $T = t - \beta_1 z$ , tj. izvršen je pomak u sustav koji se giba grupnom brzinom pulsa,  $\gamma = 3\omega_0 n_{nl} / c S_{eff}$ . Na lijevoj strani jednadžbe se nalaze članovi odgovorni za disperzivne efekte (disperzija grupne brzine i disperzija trećeg reda), a na desnoj nelinearni članovi (samofazna modulacija, samoustrmljenje, Raman raspršenje). Dobivena jednadžba naziva se generalizirana nelinearna Schrodingerova jednadžba.

## 3 Numeričke simulacije propagacije

Pri rješavanju jednadžbe (9) koristi se dvokoračna Fourier metoda (eng. split-step metoda). Naizmjenično se primjenjuju članovi disperzivnosti i nelinearnosti na puls tijekom propagacije. Za simulacije se koristi PyNLO paket dostupan na [4] [5]. Programski paket izrađen je u programskom jeziku Python. Parametri pulsa su energija, valna duljina te trajanje pulsa. Valna duljina pulsa je 780nm, trajanje pulsa je 200fs, a energiju pulsa smo postavili na 0.8nJ.

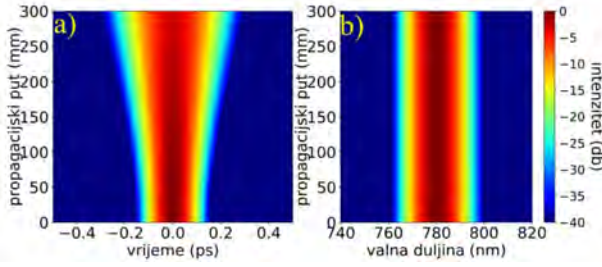
Parametri vlakna s kojima možemo upravljati su  $\beta_2, \beta_3, \gamma$ . Iz same jednadžbe (9) slijedi da samoustrmljenje i Raman raspršenje možemo samo uključiti ili isključiti jer parametar nelinearnosti  $\gamma$  stoji ispred zagrade. Duljinu vlakna mijenjamo prilikom simulacija jer je za vidljiv doprinos nekih efekata potrebno dulje vlakno, a za neke druge efekte kraće vlakno. Također pretpostavljamo da ulazni puls nema cvrkut.

U sljedećim potpoglavljima ćemo pomoću simulacija proučiti utjecaj pojedinih članova iz jednadžbe (9) na puls i njegov spektar.

### 3.1 GVD

Drugi član u jednadžbi (9) predstavlja disperziju grupne brzine (eng. group velocity dispersion, GVD). To je prva korekcija na vakuumsku relaciju  $\omega = ck$  gdje brzina propagacije ne ovisi o frekvenciji. Čim u razvoju (8) koeficijent  $\beta_2$  nije jednak nuli, u ovisnost valnog vektora  $\beta(\omega)$  o frekvenciji ulazi kvadrat frekvencije te brzina propagacije počinje ovisiti o frekvenciji.

Propagaciju pulseva ćemo promatrati kroz kvazimonokromatsku aproksimaciju u kojoj se puls promatra kao skup monokromatskih valnih paketa koji se gibaju grupnom brzinom. U vakuumu  $v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = c$ , te se svaki valni paket giba istom



Slika 5: Propagacija ultrakratkog pulsa u sredstvu s GVD u normalnom režimu. a) puls u vremenskoj domeni, b) spektar pulsa. Parametri optičkog vlakna:  $\beta_2 = 15 ps^2/km$ ,  $\beta_3 = 0$ ,  $\gamma = 0$ . Preuzeto iz [3].

brzinom. Ulaskom u optičko vlakno koeficijent  $\beta_2$  postaje različit od nule te se valni paketi gibaju različitim brzinama te dolazi do širenja pulsa u vremenu jer se neke frekventne komponente propagiraju brže od drugih. Opisano vremensko širenje pulsa ne mijenja spektar pulsa.

GVD faktor  $\beta_2$  ovisi o valnoj duljini na sljedeći način [6]:

$$\beta_2 = \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2 n}{d\lambda^2}, \quad (10)$$

gdje je  $n$  indeks loma. Tako zadan  $\beta_2$  može biti pozitivan i negativan. Ako je pozitivan tada se taj režim naziva normalnim disperzivnim režimom, a ako je negativan tada se naziva anomalnim disperzivnim režimom. Valna duljina na kojoj vrijedi  $\beta_2 = 0$  naziva se valnom duljinom nulte disperzije. Deriviranjem nakupljene faze moguće je pokazati [7] da je cvrkut koji Gaussijanski puls dobiva zbog GVD jednak:

$$\delta\omega(T) = \frac{d\phi(T)}{dT} = \text{sgn}(\beta_2) \frac{z/L_{GVD}}{1 + (z/L_{GVD})^2} \frac{T}{T_0}, \quad (11)$$

gdje je  $T_0$  trajanje ulaznog pulsa, a  $L_{GVD} = T_0^2/|\beta_2|$ , odnosno disperzivna duljina koja nam govori da li u vlaknu duljine  $L$  GVD ima utjecaja ili ne. Ako je  $L \ll L_{GVD}$  onda nema utjecaja, a u slučaju  $L \approx L_{GVD}$  ima. Ovisno o valnoj duljini, puls se nalazi ili u normalnom ili u anomalnom režimu te dobiva ili linearno rastući ili linearno padajući cvrkut.

Rezultati simulacija, odnosno rješavanja jednadžbe (9) u kojoj je uključen samo GVD efekt:

$$\frac{\partial u}{\partial z} + i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial T^2} = 0 \quad (12)$$

su prikazani na slici (5), te je vidljivo da spektar ostaje nepromijenjen dok se u vremenu puls širi

sa prijednom udaljenosti zbog toga što različite frekventne komponente imaju različite brzine.

### 3.2 Samofazna modulacija

Prvi član s desne strane jednadžbe (9) se naziva samofaznom modulacijom (eng. self-phase modulation, SPM). U poglavlju 1.2 je spomenuto da u nelinearnom mediju zbog nelinearne polarizacije indeks loma ovisi o intenzitetu električnog polja kao u relaciji (3), te se upravo zbog te ovisnosti javlja SPM. U ovom slučaju se nakuplja i nelinearna faza uzrokovana  $n_{nl}$  iz relacije (3), te je deriviranjem nelinearne faze moguće pokazati [7] da je cvrkut kojega dobiva Gaussijanski puls pri propagaciji jednak:

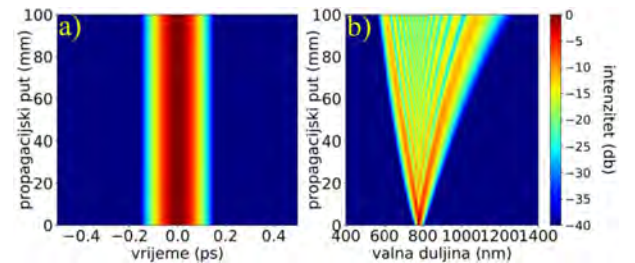
$$\delta\omega(T) = \frac{d\phi_{nl}}{dT} = \frac{2}{T_0} \frac{L}{L_{NL}} \frac{T}{T_0} e^{-\left(\frac{T}{T_0}\right)^2}, \quad (13)$$

gdje smo definirali nelinearnu duljinu  $L_{NL} = 1/\gamma P_0$ , a  $P_0$  predstavlja vršnu snagu pulsa. Vodeće krilo posjeduje negativan cvrkut pa se zbog  $\omega < \omega_0$  tu nalaze crvene frekventne komponente, dok se u pratećem krilu zbog pozitivnog cvrkuta ( $\omega > \omega_0$ ) nalaze plave frekventne komponente. U središnjem dijelu pulsa postoji linearno rastući cvrkut.

Rješavanjem jednadžbe:

$$\frac{\partial u}{\partial z} - i\gamma u|u|^2 = 0, \quad (14)$$

promatramo koji utjecaj na spektar pulsa ima SPM. Rezultati simulacija su prikazani na slici (6). Sa slike je jasno da SPM ne mijenja puls u vremenskoj domeni, dok se spektar pulsa jako promijenio, odnosno proširio. Također su vidljive oscilacije u spektru čije je objašnjenje sljedeće. Zbog oblika cvrkuta, postoje 2 točke u vremenu koje imaju isti cvrkut te se te točke mogu promatrati kao 2 vala



Slika 6: Propagacija ultrakratkog pulsa u sredstvu sa SPM. a) puls u vremenskoj domeni, b) spektar pulsa. Parametri optičkog vlakna:  $\beta_2 = 0 ps^2/km$ ,  $\beta_3 = 0$ ,  $\gamma = 50 \frac{1}{Wkm}$ . Preuzeto iz [3].

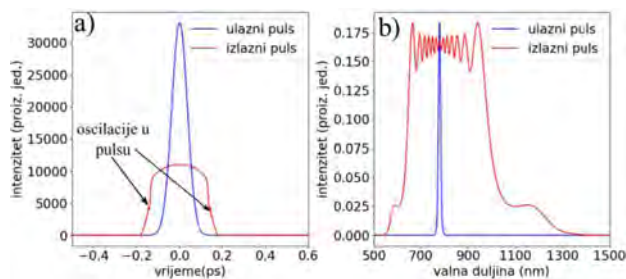


jednake frekvencije, ali različite faze (različiti trenutci "stvaranja" vala) koji mogu međusobno interferirati konstruktivno ili destruktivno.

### 3.3 Lom optičkog vala

U sljedeća 2 potpoglavlja ćemo promatrati kombinirani utjecaj GVD-a i SPM-a. Kombinirani utjecaj se dijeli na dvije vrste u ovisnosti o tome da li je puls u anomalnom ili normalnom disperzivnom režimu. Ako je u normalnom režimu onda dolazi do fenomena poznatog kao lom optičkog vala, a ako je u anomalnom režimu onda dolazi do pojave solitonskih valova.

Lom optičkog vala se pojavljuje zbog toga što cvrkut u krilima pulsa nije linearan zbog relacije (13). Pošto je na rubovima i u centru pulsa cvrkut jednak nuli, u tim područjima se nalaze komponente frekvencije  $\omega_0$ . U vodećem krilu pulsa cvrkut je negativan te se tu nalaze crvene frekventne komponente, dok je u pratećem krilu situacija obrnuta te se tamo nalaze plave frekventne komponente. U normalnom disperzivnom režimu se crvene komponente gibaju najbrže, pa te komponente iz vodećeg krila sustižu komponente frekvencije  $\omega_0$  u prednjem rubu, dok se u pratećem krilu događa suprotna situacija i komponente frekvencije  $\omega_0$  sustižu plave komponente te se tako u krilima pulsa nalazi više frekventnih komponenata što uzrokuje vrhove u pulsu u vremenskoj domeni i jake vrhove na krajevima spektra što je prikazano na slici (7).



Slika 7: Ultrakratki puls u sredstvu sa GVD i SPM u normalnom režimu u točki  $L=4\text{cm}$ . a) puls u vremenskoj domeni b) spektar pulsa. Ulazni spektar je skaliran radi preglednosti. Parametri optičkog vlakna:  $\beta_2 = 5\text{ps}^2/\text{km}$ ,  $\beta_3 = 0$ ,  $\gamma = 50\frac{1}{\text{Wkm}}$ . Preuzeto iz [3].

### 3.4 Solitonski valovi

U anomalnom režimu se crvene komponente u vodećem krilu gibaju sporije od komponenti frekvencije  $\omega_0$  u prednjem rubu pa ih ne mogu stići, pa se u krilima ne nalazi više frekventnih komponenti te ne dolazi do loma optičkog vala odnosno jakih vrhova u pulsu i njegovom spektru. U anomalnom režimu dolazi do pojave solitonskih valova.

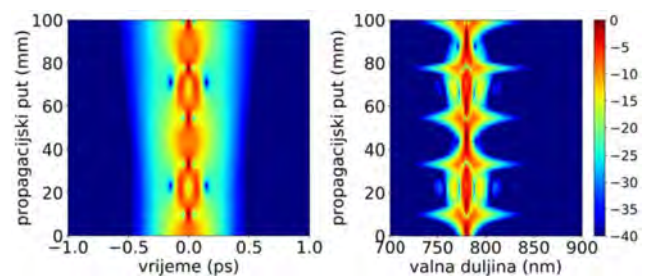
Solitonski val je valni paket koji ne mijenja oblik propagiranjem te se propagira konstantnom brzinom. Za njegov konstantan oblik zaslužna je ravnoteža između disperzivnih i nelinearnih efekata. Solitonski val je opisan jednačbom:

$$\frac{\partial U}{\partial z} + i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 U}{\partial T^2} = iN^2|U|^2U, \quad (15)$$

odnosno jednačbom u koju su uključeni samo GVD i SPM efekti.  $U$  je renormalizirana amplituda:  $u(z,t) = \sqrt{P_0}U(z,t)$ ,  $P_0$  je vršna snaga pulsa, a parametar  $N$  je dan sa:

$$N^2 = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|}, \quad (16)$$

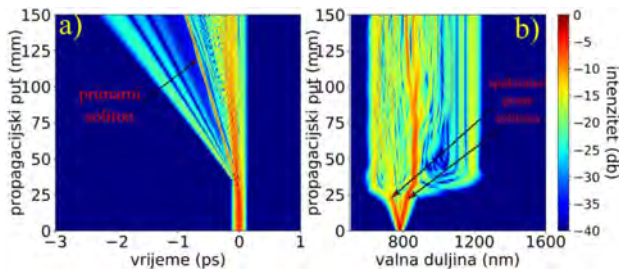
te on predstavlja red solitonskog vala kada je  $N$  cijeli broj. Solitonski val 1. reda se naziva fundamentalnim solitonom ali femtosekundni pulsevi korišteni u ovom radu se nisu vlaknom propagirali kao fundamentalni solitoni nego kao solitoni višeg reda ( $N > 1$ ). Propagacija solitona trećeg reda prikazana je na slici (8).



Slika 8: Propagacija solitona trećeg reda u anomalnom režimu. a) puls (soliton) u vremenskoj domeni. b) spektar pulsa. Parametri optičkog vlakna:  $\beta_2 = -430\text{ps}^2/\text{km}$ ,  $\beta_3 = 0$ ,  $\gamma = 35\frac{1}{\text{Wkm}}$ . Preuzeto iz [3].

### 3.5 Disperzija trećeg reda

Treći član u jednačbi (9) naziva se disperzija trećeg reda (eng. third order dispersion, TOD). TOD je općenito puno slabiji efekt od GVD pa za potrebe simulacija postavljamo  $\beta_2 = 0$ , a za



Slika 9: Propagacija ultrakratkog pulsa u sredstvu sa SPM i TOD. a) puls u vremenskoj domeni, b) spektar pulsa. Parametri optičkog vlakna:  $\beta_2 = 0$ ,  $\beta_3 = -0.05ps^3/km$ ,  $\gamma = 50 \frac{1}{Wkm}$ . Preuzeto iz [3].

promjene u spektru zadržavamo SPM te sada jednadžba postaje:

$$\frac{\partial U}{\partial z} + i\frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 U}{\partial T^3} = i\tilde{N}^2 |U|^2 U, \quad (17)$$

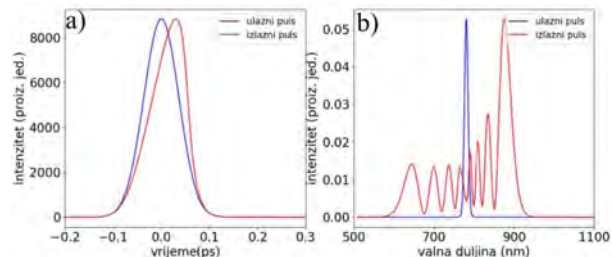
gdje je  $\tilde{N}^2 = \gamma P_0 T_0^3 / |\beta_3|$ . Rješenje jednadžbe je dano na slici (9). Puls se počinje propagirati kao soliton višeg reda a zatim se počinje širiti i raspadati. Općenito, soliton N-tog reda se postepeno raspada na N fundamentalnih solitona što se naziva solitonskom fisijom. Fundamentalni solitoni se dalje propagiraju vlaknom, a mogu i međusobno interagirati preko SPM efekta [7]. Također, solitonu koji se raspadne se smanji red, odnosno ako soliton N-tog reda otpusti jedan fundamentalni soliton, njegov red postaje N-1. Početni soliton se naziva primarnim, a prvi soliton nastao fisijom se naziva sekundarni. Svaki sljedeći soliton bi imao manju amplitudu. Takva solitonska fisija uzrokuje snažno spektralno širenje jer nastaje sve više solitona te se oni šire.

### 3.6 Samoustrmljenje

Drugi član s desne strane jednadžbe (9) se naziva samoustrmljenje (eng. self-steepening). Nelinearan indeks loma mijenja grupnu brzinu pojedinih dijelova pulsa, konkretno, mijenja brzinu centra pulsa jer je tamo najveći intenzitet. Centar pulsa počinje se gibati sporije u odnosu na vodeće i prateće krilo pulsa. Prateće krilo sustiže centar pulsa te je on sve strmiji na pratećem krilu. S obzirom da disperzivni efekti mijenjaju oblik pulsa, za promatranje efekta samoustrmljenja u jednadžbu smo uključili samo SPM i samoustrmljenje, tj. jednadžba glasi:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = i\gamma |U|^2 U + \frac{i}{\omega_0 T_0} \frac{\partial |U|^2 U}{\partial T}. \quad (18)$$

Rješenje jednadžbe prikazano je na slici (10) gdje je vidljivo da stražnja strana pulsa postaje sve strmija. Asimetrija pulsa uzrokuje snažniji SPM za



Slika 10: Izgled ultrakratkog pulsa u sredstvu sa samoustrmljenjem i SPM u točki L=40mm. a) puls u vremenskoj domeni, b) spektar pulsa. Ulazni spektar je skaliran radi preglednosti. Parametri optičkog vlakna:  $\beta_2 = 0$ ,  $\beta_3 = 0$ ,  $\gamma = 70 \frac{1}{Wkm}$ . Preuzeto iz [3].

kraće valne duljine te kaskadni rast intenziteta frekventnih komponenti što je vidljivo na slici (10b).

### 3.7 Raman raspršenja

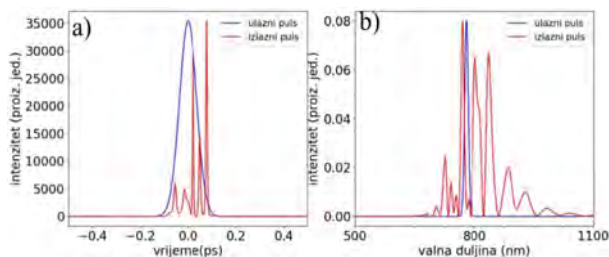
Zadnji član s desne strane jednadžbe (9) predstavlja Raman raspršenje. Raman raspršenje je neelastično raspršenje fotona na molekulama. Tijekom raspršenja molekula ili prelazi u viša rotacijsko-vibracijska stanja, a foton joj predaje energiju ili molekula prelazi iz viših stanja u niža i tako predaje energiju fotonu. U prvom slučaju nastaju tzv. Stokesove linije, a u drugom slučaju nastaju anti-Stokesove linije. Veća je vjerojatnost za Stokesove linije pa tako one imaju obično veći intenzitet. U spektru pulsa Ramanovo raspršenje se očituje kao pomak spektra u crveni dio, tj. fotoni gube energiju i predaju ju molekulama u vlaknu. Za ilustraciju utjecaja Raman raspršenja, u jednadžbu ćemo uključiti GVD, SPM i Raman raspršenje, tj. rješavat ćemo:

$$\frac{\partial U}{\partial z} + i\frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} = i\gamma \left( |U|^2 U - T_R U \frac{\partial |U|^2}{\partial T} \right). \quad (19)$$

$T_R$  je parametar Raman raspršenja. U simulacijama je odabran anomalni režim te na slici (11) možemo vidjeti kako se puls raspao na niz solitona, a u spektru vidimo pomak u crveno.

## 4 Eksperimentalni postav

Kao izvor femtosekundnih laserskih pulseva koristio se frekventno udvostručeni Er:dopirani femtosekundni fiber laser. Točnije, Femtofiber Scientific FFS Laser System tvrtke Toptica Photonics AG. Princip rada je sljedeći: laserska dioda valne duljine 980nm pumpa svjetlost u optičko vlakno dopirano  $Er^{3+}$  ionima te ih pobuđuje. Ioni

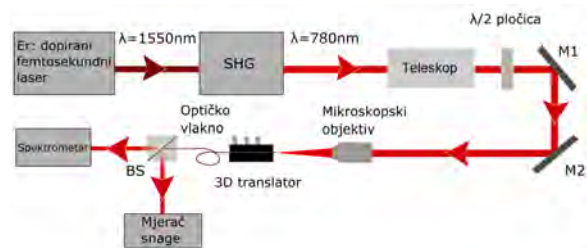


Slika 11: Izgled pulsa u sredstvu sa GVD, SPM i Raman raspršenjem u točki  $L=20\text{mm}$ . a) puls u vremenskoj domeni, b) spektar pulsa. Ulazni spektar je skaliran radi preglednosti. Parametri optičkog vlakna:  $\beta_2 = -15\text{ps}^2/\text{km}$ ,  $\beta_3 = 0$ ,  $\gamma = 50\frac{1}{\text{Wkm}}$ . Preuzeto iz [3].

zatim stimuliranom emisijom emitiraju svjetlost valne duljine  $1550\text{nm}$ . Ta svjetlost prolazi kroz nelinearni kristal koji generira drugi harmonik (eng. SHG, second harmonic generation) te se njegova valna duljina prepolovi, a frekvencija udvostruči, te tako izlazna valna duljina postaje  $780\text{nm}$ . Intenzitet izlazne svjetlosti od  $780\text{nm}$  je otprilike trećina intenziteta svjetlosti koja ulazi u SHG.

Optičko vlakno je NL-PM-750 tvrtke NKT Photonics. Duljina vlakna je  $48\text{cm}$ , a promjer jezgre iznosi  $(1,8 \pm 0,3)\mu\text{m}$  dok je promjer omotača  $(120 \pm 5)\mu\text{m}$ . Koeficijent  $\beta_2$  je jednak nuli za valnu duljinu od  $750\text{nm}$  te smo sa laserom valne duljine  $780\text{nm}$  uvijek u anomalnom režimu. Numerička apertura vlakna iznosi  $(0,38 \pm 0,05)$ . Vlakno je izrađeno u potpunosti od silike ( $\text{SiO}_2$ ) te je izrađeno posebno za stvaranje superkontinuum. Uz to, vlakno održava polarizaciju, točnije linearno polarizirana svjetlost ostaje linearno polarizirana tijekom propagacije ako se uvede polarizirana u smjeru osi koja je određena optičkim vlaknom. Također, korišteno vlakno je posebno dizajnirano za širenje spektra prema plavim valnim duljinama.

Shema eksperimentalnog postava skicirana je na slici (12). Laserski snop je usmjeren prema teleskopski postavljenom sustavu dviju konveksnih leća koje služe za povećanje poprečnog presjeka zrake. Nakon leća nalazi se  $\lambda/2$  pločica koja daje mogućnost zakretanja polarizacijske ravnine linearno polarizirane laserske zrake koja zatim odlazi prema objektivu. Objektiv je od tvrtke Optika te njegovo povećanje iznosi  $20\times$ , a numerička apertura  $0,4$ . Nakon objektiva nalazi se 3D translator na kojega je montiran početak optičkog vlakna. Pozicioniranje se vrši zakretanjem tri vijka koji omogućavaju mikrometerske pomake optičkog



Slika 12: Shema eksperimentalnog postava. BS=djelitelji zrake, M1,M2=zrcala, SHG=nelinearni kristal (second harmonic generation).

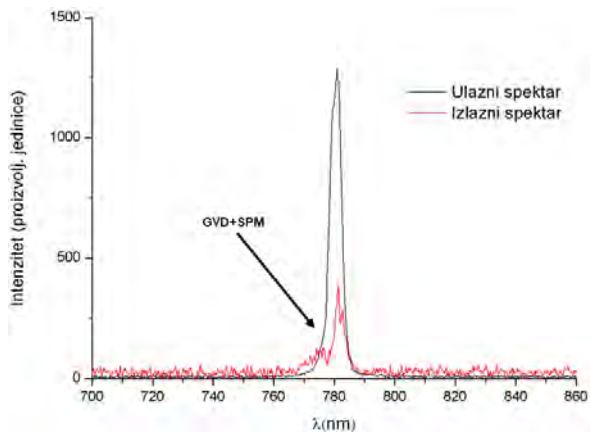
vlakna u x,y i z smjeru. Na izlazu iz optičkog vlakna postavljen je Ocean Optics HR4000CG-UV-NIR spektrometar i mjerac snage (eng. powermeter). Istim uređajima se mjerio i ulazni spektar i snaga laserske svjetlosti. Kao dodatak, ispred objektiva se još postavio i filter pomoću kojega je bilo moguće odabrati koliki intenzitet želimo propustiti u vlakno.

## 5 Uvođenje svjetlosti u optičko vlakno

Uvođenje svjetlosti u vlakno vršilo se na sljedeći način. Prvi korak je bio provjeriti na kojoj udaljenosti od objektiva je fokusirana laserska svjetlost te otprilike malim pomacima translatora namjestiti početak optičkog vlakna na tu udaljenost. U drugom koraku se simultanim pomicanjem jednog stupnja slobode na oba zrcala pokušao dobiti maksimum na mjeracu izlazne snage. Nakon što se dobio maksimum, isto se pokušalo dobiti sa drugim stupnjem slobode te se to ponavljalo dok se nije zaključilo da se ne može dobiti veća izlazna snaga pomicanjem samo stupnjeva slobode zrcala. Tada su se pomicali stupnjevi slobode 3D translatora sa istim ciljem, točnije pomicao se translator u jednoj dimenziji (npr. x) te se opet zrcalima pokušao dobiti maksimum izlazne snage. Zatim se translator pomicao u drugoj dimenziji (npr. y) te se opet ponovio korak sa zrcalima. Isto se ponovilo sa trećom dimenzijom te su se ti koraci ponavljali sve dok se nije zaključilo da je postignut maksimum izlazne snage.

## 6 Rezultati

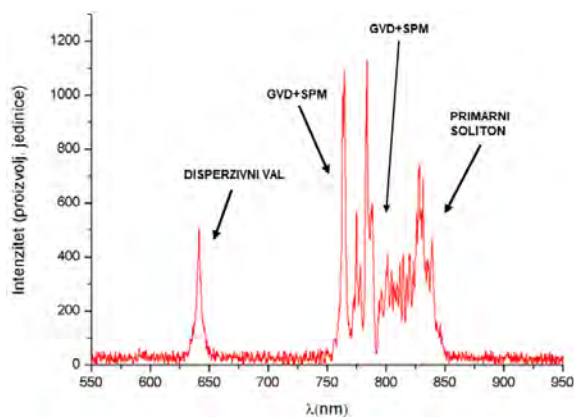
Na prethodno opisan način mjereno je izlazni spektar laserske svjetlosti u ovisnosti o propuštenom intenzitetu te polarizaciji svjetlosti. U ovom poglavlju su prikazani rezultati te je svakom



Slika 13: Spektar ulaznog (crna linija) i izlaznog (crvena linija) pulsa. Snaga izlaznog pulsa iznosi  $640\mu\text{W}$ . Označeni su i identificirani pojedini dijelovi spektra.

dijelu superkontinuuma (ako je to bilo moguće) dodijeljen određeni efekt (3. poglavlje) koji je na ulazni spektar djelovao tako da se on proširio taj dio valnih duljina. Sa rezultatima ćemo krenuti od najmanje izlazne snage prema većima.

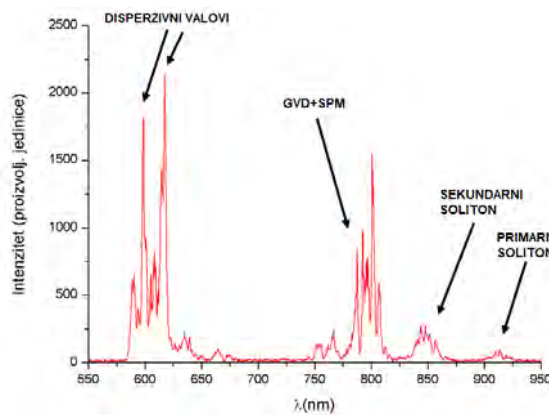
Na slici (13) je prikazan spektar laserske svjetlosti sa snagom od  $640\mu\text{W}$ , a kao dodatak, na isti graf je postavljen i spektar ulaznog pulsa. Vidljivo je proširenje linije na 780nm te blage oscilacije kao što to predviđa kombinirano djelovanje SPM i GVD efekta. Ostali efekti nemaju prevelikog utjecaja zbog malog intenziteta svjetlosti koji ulazi u optičko vlakno (svjetlost nije najoptimalnije uvedena u vlakno).



Slika 14: Spektar izlaznog pulsa (superkontinuum) sa snagom od  $4.3\text{mW}$ . Označeni su i identificirani pojedini dijelovi spektra.

Na slici (14) je prikazan superkontinuum sa snagom od  $4.3\text{mW}$ . Pošto je ukupna izlazna snaga veća, ostali efekti također imaju utjecaja na spektar. Uz već spomenuto širenje laserskog vrha na 780nm te, ovaj put, malo jače prisutne oscilacije, vidi se primarni soliton te njemu pripadni disperzivni val. Općenito solitonskom fisijom višak energije odlazi u stvaranje rezonantnog disperzivnog vala, te ako je TOD parametar  $\beta_3$  pozitivan, što i jest slučaj u ovom radu, onda disperzivni val nastaje na valnim duljinama kraćim od valne duljine ulaznog pulsa, a ako je negativan onda nastaje na valnim duljinama duljim od ulaznog pulsa [8] [9]. Moguće je pokazati da je  $\beta_3 \propto -d\beta_2/d\lambda$  što je za većinu vlakana, pa i za vlakno korišteno ovdje, pozitivno. Također, disperzivni val se javlja na valnoj duljini koja ima faznu brzinu jednaku pripadnom solitonu ali za određivanje fazne brzine potrebno je detaljno poznavanje parametra  $\beta(\omega)$  pa stoga ovdje ne možemo predvidjeti valnu duljinu disperzivnog vala.

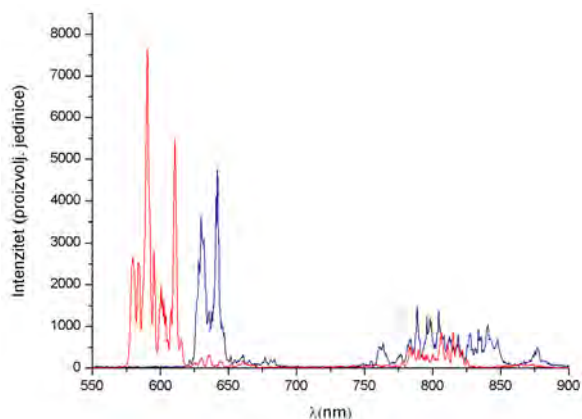
Na slici (15) je prikazan superkontinuum sa snagom od  $10.21\text{mW}$ . I dalje je prisutno proširenje oko 780nm sa pripadnim oscilacijama zbog kombiniranog utjecaja SPM i GVD efekta. Pošto je ovdje najveća ukupna snaga, primarni soliton se zbog Raman raspršenja pomaknuo prema crvenom dijelu spektra, a njegov odgovarajući disperzivni val prema plavom dijelu spektra.



Slika 15: Spektar izlaznog pulsa (superkontinuum) sa snagom od  $10.21\text{mW}$  na valnoj duljini od  $650\text{nm}$ . Označeni su i identificirani pojedini dijelovi spektra.

Također, uz primarni soliton vidljiv je i sekundarni soliton nastao solitonskom fisijom te njemu pripadni disperzivni val u plavom dijelu spektra. U ovom slučaju spektar je najprošireniji te je najkraća valna duljina u spektru otprilike  $590\text{nm}$ .





Slika 16: Dva spektra izlaznog pulsa (superkontinuum). Spektri različitih boja se odnose na različite polarizacije upadne svjetlosti.

Kao dodatak provjereno je kako superkontinuum ovisi o polarizaciji upadne svjetlosti, odnosno o položaju  $\lambda/2$  pločice. Na slici (16) možemo vidjeti da polarizacija uvelike utječe i na proširenost i na intenzitet spektra. Crveni i plavi spektar se odnose na različite polarizacije ulazne svjetlosti te su potpuno različitog oblika i intenziteta. Najmanja prisutna valna duljina u plavom spektru je otprilike 630nm, dok je najmanja valna duljina prisutna u crvenom spektru oko 580nm.

## 7 Zaključak

Opisani su osnovni pojmovi vezani uz femtosekundne laserske pulseve te općenito nelinearnosti. Kao posljedica nelinearnog odgovora sustava na električno polje, javlja se indeks loma koji ovisi o intenzitetu električnog polja. Dana je generalizirana nelinearna Schrodingerova jednadžba koja opisuje propagaciju električnog polja u nelinearnom vlaknu. Jednadžba se sastoji od disperzivnih i nelinearnih članova. Svaki od članova je posebno opisan te su dodane simulacije koje prikazuju utjecaj svakog člana na spektar.

Pomoću tih simulacija su u izlaznom izmjerenom spektru prepoznati utjecaji pojedinih članova (npr. GVD+SPM, solitonski valovi i sl.). Zadnji spektar je najprošireniji sa najmanjom valnom duljinom oko 580nm što nam govori da postoji mogućnost i proširenja spektra do 520nm što je moguće iskoristiti za stabilizaciju frekventnog češlja lasera putem 2f-3f samoreferentne metode. Superkontinuum je proširen do 632nm čime je moguće testiranje stabilnosti He-Ne lasera mjerenjem udara između frekventnog češlja i He-Ne lasera koji se koristi kao primarni etalon za mjerenje duljina.

## Literatura

- [1] Numerical aperture, [https://en.wikipedia.org/wiki/Numerical\\_aperture](https://en.wikipedia.org/wiki/Numerical_aperture)
- [2] Singh, S. P., Singh, N. (2007) Nonlinear Effects in Optical Fibers: Origin, Management and Applications, Progress in Electromagnetic Research, 73, 249-275.
- [3] Kovačić, D. (2017) Stvaranje superkontinuumu u nelinearnom optičkom vlaknu. Diplomski rad, Zagreb.
- [4] PyNLO [http://pynlo.readthedocs.io/en/latest/example\\_simple.html](http://pynlo.readthedocs.io/en/latest/example_simple.html)
- [5] Hult, J. (2007) A Fourth-Order Runge-Kutta in the Interaction Picture Method for Simulating Supercontinuum Generation in Optical Fibers, J. Lightwave Technol. 25, 3770-3775.
- [6] Wollenhaupt A., Assion A., Baumert T., Short and Ultrashort Laser Pulses, Springer Handbook of Lasers and Optics
- [7] Agrawal G. Nonlinear Fiber Optics 5th ed., Elsevier (2013).
- [8] Roy S., Ghosh D., Bhadra S. K., Agrawal G. P., Role of Dispersion Profile in Controlling Emission of Dispersive Waves by Solitons in Supercontinuum Generation, Optics Communications 283 (2010) 3081-3088
- [9] Roy S., Bhadra S. K., Saitoh K., Koshiha M., Agrawal G. P., Dynamics of Raman Soliton During Supercontinuum Generation Near the Zero-Dispersion Wavelength of Optical Fibers, Optical Express Vol. 19, Issue 11, pp. 10443-10455 (2011).
- [10] Knight Jonathan C. Photonic crystal fibers, Nature 424, 847-851